

Weinbau (2)*

Aufgabennummer: B_413

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Aus nostalgischen Gründen werden in einem kleinen Weingut Trauben der Sorte *Welschriesling* mit einer renovierten Handpresse gepresst. Der zylinderförmige Korb, in dem die Weintrauben gepresst werden, hat dabei die folgenden Abmessungen: Höhe $h = 80$ cm, Innenradius $r = 42$ cm.



- Überprüfen Sie nachweislich mithilfe der Volumensformel des Drehzylinders, ob die nachstehenden Aussagen jeweils richtig sind.

Aussage 1: „Wäre die Presse 1,6 m hoch (bei gleichem Durchmesser), so würde sie das doppelte Volumen fassen.“

Aussage 2: „Hätte die Presse einen Innenradius von 84 cm (bei gleicher Höhe), so würde sie das doppelte Volumen fassen.“

Der Korb ist zu 95 % mit Trauben gefüllt. Aus diesen Trauben werden 350 Liter Traubenmost gepresst.

- Berechnen Sie den prozentuellen Anteil des Traubenmosts am ursprünglichen Volumen der Trauben.

- b) Während der Vergärung von Traubenmost zu Wein wird CO_2 gebildet. In der nachstehenden Tabelle sind 6 Messwerte eines Vergärungsprozesses angegeben.

Zeit in Sekunden	CO_2 -Druck in Kilopascal
0	90
100	100
200	115
300	135
400	155
500	190

Die Abhängigkeit des CO_2 -Drucks von der Zeit soll beschrieben werden.

- Ermitteln Sie mithilfe der gegebenen Daten eine Gleichung der zugehörigen exponentiellen Regressionsfunktion.

- c) Weine der Sorten *Zweigelt* und *Grüner Veltliner* werden in Kisten zu 12 Flaschen und Kartons zu 6 Flaschen verkauft. Die Preise pro Flasche sind unabhängig von der Packungsgröße.

1 Kiste *Zweigelt* und 1 Karton *Grüner Veltliner* kosten insgesamt € 47,40.

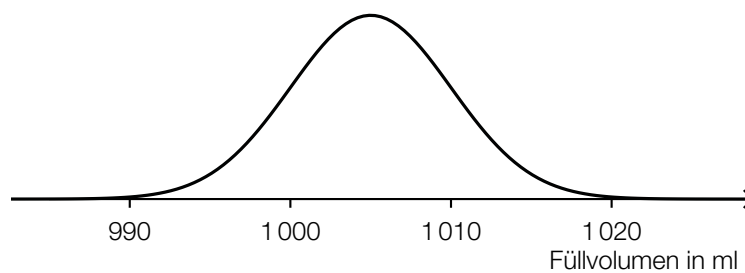
2 Kisten *Grüner Veltliner* und 1 Karton *Zweigelt* kosten insgesamt € 72.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem der Preis für eine Flasche *Zweigelt* und der Preis für eine Flasche *Grüner Veltliner* berechnet werden können.
- Berechnen Sie den Preis für eine Flasche *Zweigelt* und den Preis für eine Flasche *Grüner Veltliner*.

d) Der Wein wird mit einem manuellen Reihenfüller in Flaschen abgefüllt. Das Füllvolumen der Flaschen kann dabei als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1\,005$ Milliliter (ml) und der Standardabweichung $\sigma = 5$ ml angenommen werden.

- Ermitteln Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem 95 % der Füllvolumina liegen.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion dieser Normalverteilung dargestellt.



- Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Flasche ein Füllvolumen von mindestens 1000 ml hat.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Aussage 1 ist richtig, weil das Volumen direkt proportional zur Höhe ist.
Aussage 2 ist falsch, weil das Volumen nicht direkt proportional zum Radius ist.
Bei Verdoppelung des Radius erhält man das vierfache Volumen.

Auch ein rechnerischer Nachweis ist jeweils als richtig zu werten.

Volumen der Trauben im Korb in Litern: $0,95 \cdot 4,2^2 \cdot \pi \cdot 8 = 421,1\dots$

relativer Anteil des Traubenmosts am ursprünglichen Traubenvolumen:

$$\frac{350}{421,1\dots} = 0,8310\dots \approx 83,1 \%$$

- b) Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$$p(t) = 87,24 \cdot 1,00149^t \quad (\text{Parameter gerundet})$$

Abhängig von der verwendeten Technologie kann man geringfügig abweichende Parameter bei der Ermittlung der Regressionsfunktion erhalten.

- c) z ... Preis für 1 Flasche Zweigelt
g ... Preis für 1 Flasche Grüner Veltliner

$$\text{I: } 12 \cdot z + 6 \cdot g = 47,40$$

$$\text{II: } 24 \cdot g + 6 \cdot z = 72$$

Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:

$$z = 2,80$$

$$g = 2,30$$

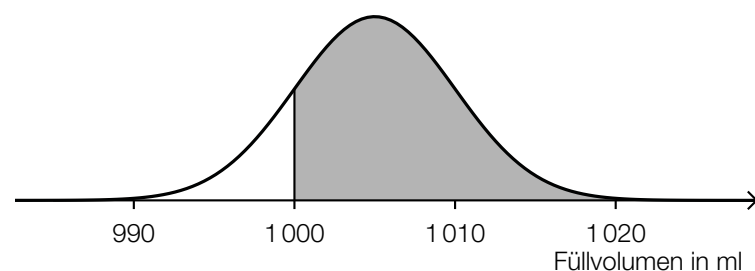
Preis für 1 Flasche Zweigelt: € 2,80

Preis für 1 Flasche Grüner Veltliner: € 2,30

- d) Ermittlung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:

$$P(\mu - a < X < \mu + a) = 0,95 \Rightarrow [995,2; 1014,8]$$

(Ein Ermitteln der Intervallgrenzen mithilfe der 2σ -Umgebung ist ebenfalls zulässig.)



Lösungsschlüssel

- a) 1 × D1: für den richtigen Nachweis zur Aussage 1
1 × D2: für den richtigen Nachweis zur Aussage 2
Auch ein rechnerischer Nachweis ist jeweils als richtig zu werten.
1 × B: für die richtige Berechnung des prozentuellen Anteils
- b) 1 × B: für das richtige Ermitteln einer Gleichung der exponentiellen Regressionsfunktion
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen eines Gleichungssystems
1 × B: für die richtige Berechnung der Preise
- d) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Intervalls
1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit