

Straßenbau (2)*

Aufgabennummer: B_408

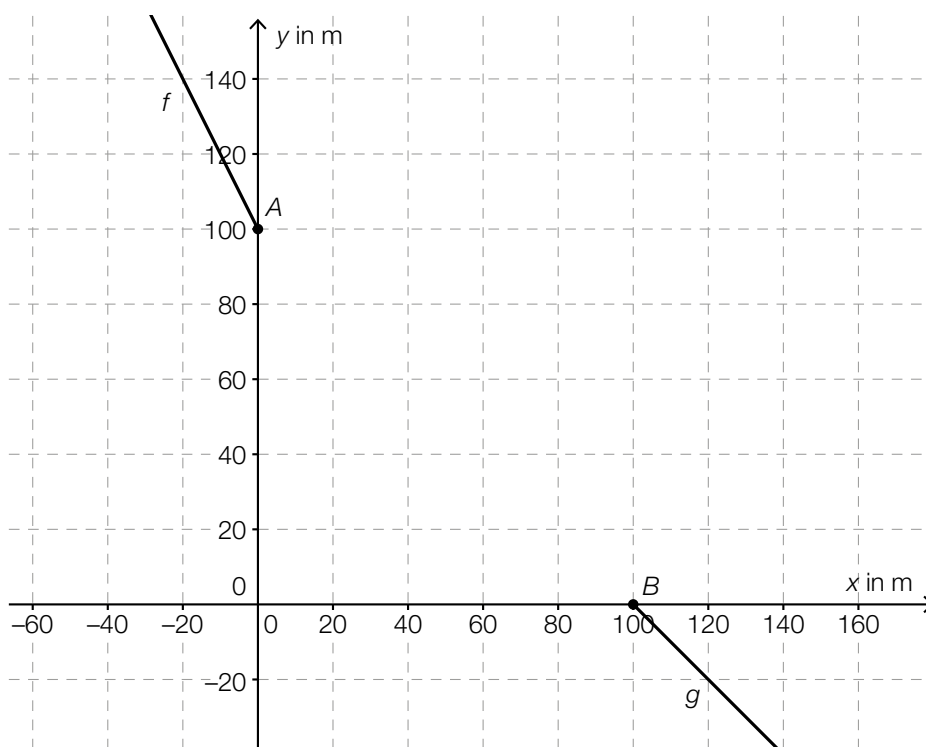
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

a) Zwischen zwei Punkten A und B soll eine Verbindungsstraße errichtet werden.

Die nachstehende Abbildung zeigt den Bauplan in einem Koordinatensystem in der Draufsicht (von oben betrachtet).

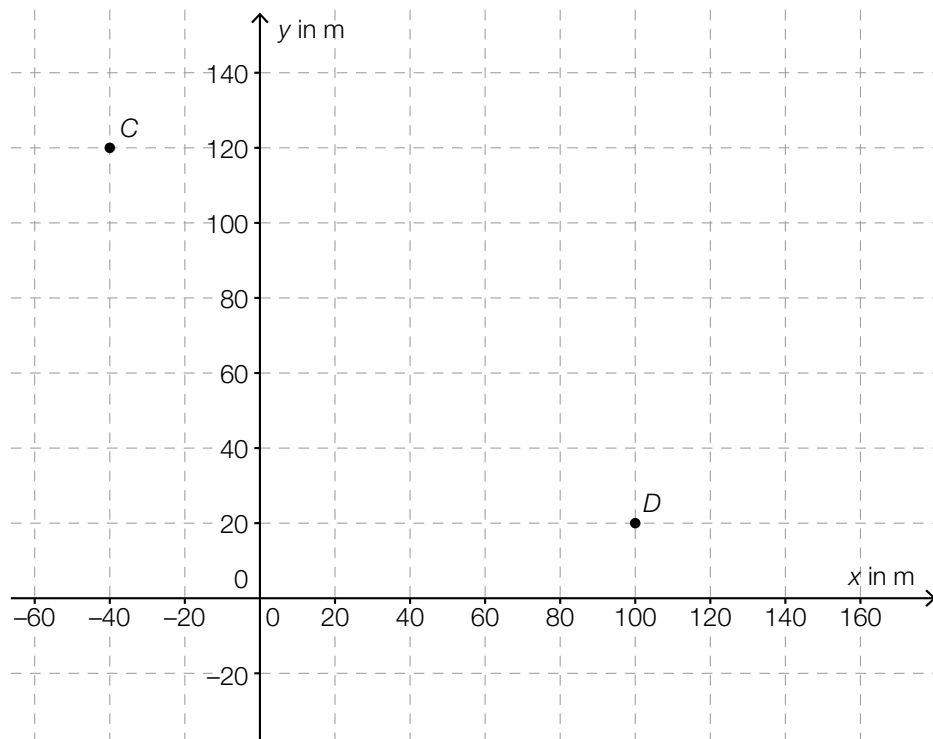


Zu Punkt A führt eine Straße, die durch den Graphen der linearen Funktion f dargestellt ist. Zu Punkt B führt eine Straße, die durch den Graphen der linearen Funktion g dargestellt ist.

Die neue Straße, die A und B verbindet, soll durch den Graphen einer Polynomfunktion h mit $h(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden. Diese Polynomfunktion soll im Punkt A die gleiche Steigung wie f und im Punkt B die gleiche Steigung wie g haben.

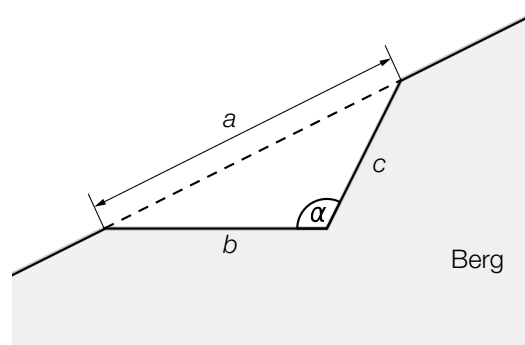
- Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten dieser Polynomfunktion h .
- Ermitteln Sie die Koeffizienten von h .

- b) Zwischen zwei Punkten C und D soll eine geradlinige Verbindungsstraße errichtet werden (siehe nachstehendes Koordinatensystem).



- Ermitteln Sie die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{CD}$.
- Berechnen Sie den Betrag des Vektors $\overrightarrow{CD}$.

- c) Ein Straßenabschnitt soll an einem Berghang entlangführen. Der Querschnitt der geplanten Trasse ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Die Seite b ist 15 m und die Seite c ist 11,8 m lang.
Der Winkel beträgt $\alpha = 116,6^\circ$.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt des von a , b und c eingeschlossenen Dreiecks.
- Berechnen Sie die Länge der Seite a .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $h(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
 $h'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $h(0) = 100$

II: $h(100) = 0$

III: $h'(0) = -2$

IV: $h'(100) = -1$

oder:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 100$

II: $a \cdot 100^3 + b \cdot 100^2 + c \cdot 100 + d = 0$

III: $3 \cdot a \cdot 0^2 + 2 \cdot b \cdot 0 + c = -2$

IV: $3 \cdot a \cdot 100^2 + 2 \cdot b \cdot 100 + c = -1$

Berechnen der Koeffizienten mittels Technologieeinsatz:

$a = -0,0001$

$b = 0,02$

$c = -2$

$d = 100$

b) $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 100 \\ 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -40 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ -100 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{140^2 + (-100)^2} = 172,0... \approx 172$

c) $A = \frac{b \cdot c \cdot \sin(\alpha)}{2} \approx 79,132...$

Der Flächeninhalt beträgt rund 79,13 m².

$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)}$

$a = 22,86...$

Die Seite a ist rund 22,9 m lang.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte A und B
 - 1 × A2: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Steigung im Punkt A bzw. B
 - 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
- b) 1 × A: für das richtige Ermitteln der Koordinaten des Vektors
 - 1 × B: für die richtige Berechnung des Betrags des Vektors
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts
 - 1 × B2: für die richtige Berechnung der Länge der Seite a