

Kräfte*

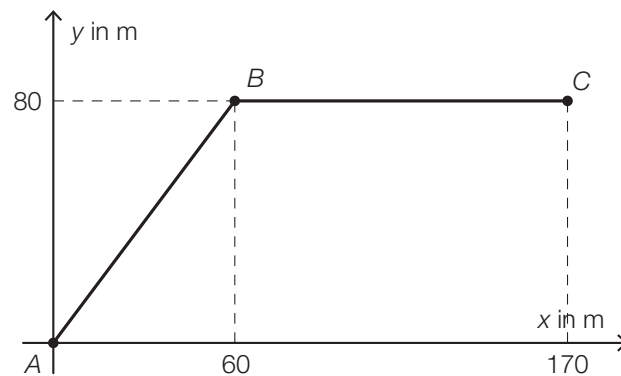
Aufgabennummer: B_406

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Durch eine Kraft $\vec{F}_{\text{Zug}} = \begin{pmatrix} 260 \\ 140 \end{pmatrix}$ Newton (N) wird eine Last von A nach B und danach von B nach C gezogen (siehe nachstehende Skizze).



Die beim Ziehen dieser Last erbrachte Arbeit W in Newtonmetern (Nm) kann folgendermaßen berechnet werden:

$$W = \vec{F}_{\text{Zug}} \cdot \vec{AB} + \vec{F}_{\text{Zug}} \cdot \vec{BC}$$

– Berechnen Sie die Arbeit W .

- b) Drei Kräfte $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 800 \\ 200 \\ 700 \end{pmatrix}$ N, $\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} -100 \\ 700 \\ -400 \end{pmatrix}$ N und $\vec{F}_3$ greifen an einem Körper in einem

Punkt an und halten einander das Gleichgewicht, d. h.: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

- Berechnen Sie $\vec{F}_3$.
- Berechnen Sie den Betrag von $\vec{F}_3$.
- Ermitteln Sie denjenigen Winkel, den $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ einschließen.

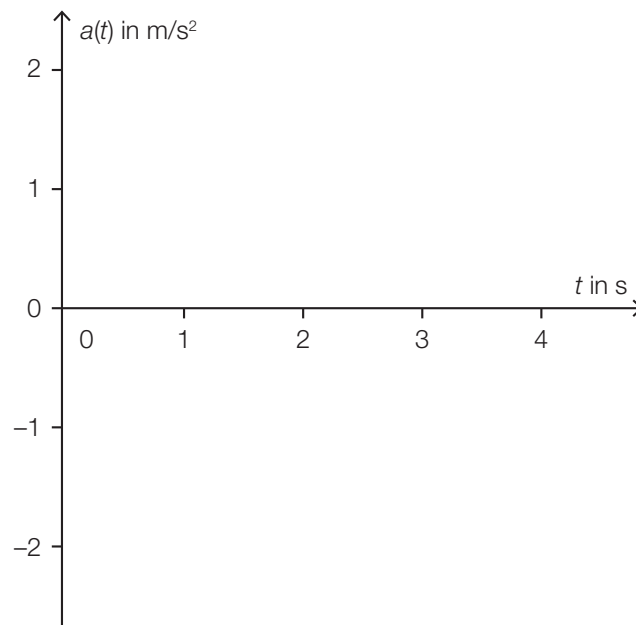
- c) Der Geschwindigkeitsverlauf einer durch eine bestimmte Kraft hervorgerufenen Bewegung ist durch die Funktion v gegeben:

$$v(t) = 2 \cdot t - \frac{t^2}{2}$$

t ... Zeit in Sekunden (s)

$v(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in Metern pro Sekunde (m/s)

- Begründen Sie, warum im Zeitintervall $0 \leq t \leq 4$ gilt: $v(t) \geq 0$
- Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem das zugehörige Beschleunigung-Zeit-Diagramm für $0 \leq t \leq 4$.



Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a) } \vec{AB} = \begin{pmatrix} 60 \\ 80 \end{pmatrix}, \vec{BC} = \begin{pmatrix} 110 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W = \begin{pmatrix} 260 \\ 140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 80 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 260 \\ 140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 110 \\ 0 \end{pmatrix} = 26800 + 28600 = 55400$$

Die Arbeit beträgt 55 400 Nm.

$$\text{b) } \vec{F}_3 = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} -700 \\ -900 \\ -300 \end{pmatrix} \text{ N}$$

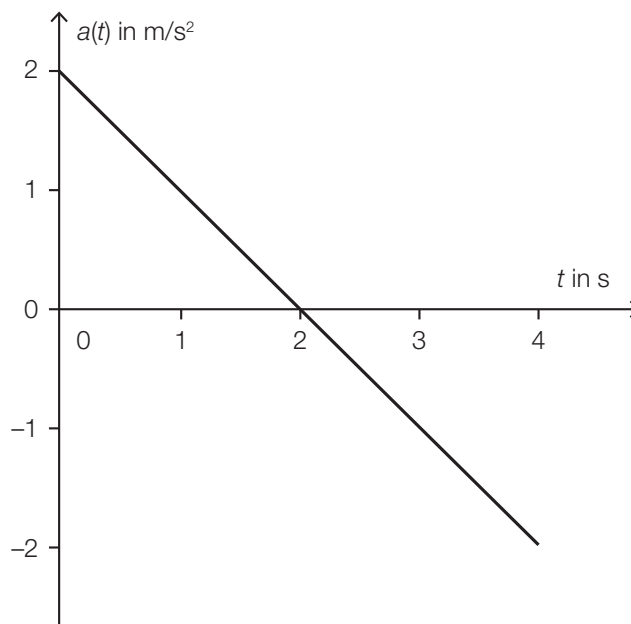
$$|\vec{F}_3| = 1178,9... \text{ N} \approx 1179 \text{ N}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2}{|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2|}\right) = 104,49...^\circ \approx 104,5^\circ$$

Der Ergänzungswinkel auf 360° ist ebenfalls als richtig zu werten.

- c) Der Graph der Funktion v ist eine nach unten offene Parabel mit den Nullstellen $t_1 = 0$ und $t_2 = 4$. Daher sind die Funktionswerte im Zeitintervall $0 \leq t \leq 4$ positiv.

Auch eine Begründung anhand einer Grafik ist als richtig zu werten.



Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für die richtige Darstellung der Wege von A nach B und von B nach C mithilfe von Vektoren
1 × B: für die richtige Berechnung der Arbeit W
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Vektors $\vec{F}_3$
1 × B2: für die richtige Berechnung des Betrags des Vektors $\vec{F}_3$
1 × B3: für das richtige Ermitteln des Winkels
- c) 1 × D: für die richtige Begründung
Auch eine Begründung anhand einer Grafik ist als richtig zu werten.
1 × A: für das richtige Zeichnen des Beschleunigung-Zeit-Diagramms im gegebenen Intervall