

Bodenunebenheiten*

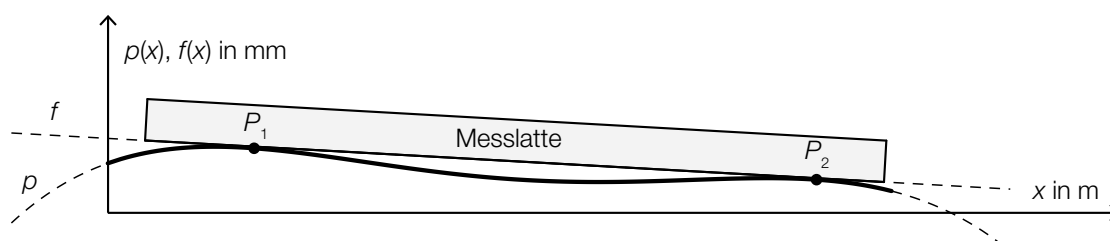
Aufgabennummer: B_405

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Um Unebenheiten eines Bodens festzustellen, wird eine Messlatte verwendet.



Das Profil des Bodens kann näherungsweise durch den Graphen einer Polynomfunktion p beschrieben werden, die Unterkante der Messlatte kann durch den Graphen einer linearen Funktion f beschrieben werden.

- a) Die Messlatte berührt den Boden in den Punkten $P_1 = (x_1 | p(x_1))$ und $P_2 = (x_2 | p(x_2))$. Die Steigung der linearen Funktion f ist k .

Eine der folgenden Aussagen stimmt nicht mit der obigen Abbildung überein.

– Kreuzen Sie die nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

$k = \frac{p(x_2) - p(x_1)}{x_2 - x_1}$	☐
$p'(x_1) = 0$	☐
$p'(x_2) = k$	☐
$p'(x_1) = p'(x_2)$	☐
$f(x_1) = p(x_1)$	☐

- b) – Begründen Sie, warum der Grad der in der obigen Abbildung dargestellten Polynomfunktion p größer oder gleich 4 sein muss.

- c) Der Graph der Polynomfunktion p mit $p(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ verläuft durch die folgenden 5 Punkte:

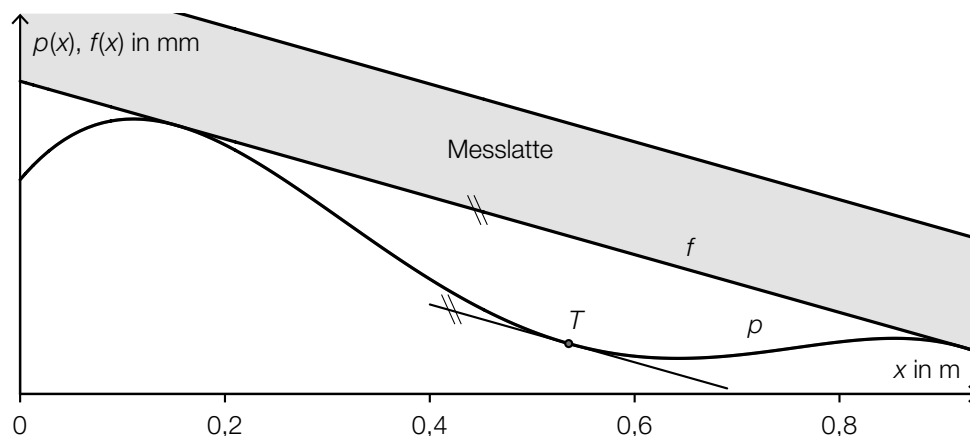
$$A = (0|1,8), B = (0,25|2,1), C = (0,5|0,4), D = (0,75|0,7), E = (1|0,5)$$

x ... horizontale Koordinate in Metern (m)

$p(x)$... vertikale Koordinate in Millimetern (mm)

- Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten dieser Polynomfunktion p auf.
- Ermitteln Sie die Koeffizienten dieser Polynomfunktion p .

- d) Um die Unebenheit eines anderen Bodens zu ermitteln, soll der Punkt T bestimmt werden. Im Punkt T ist die Tangente an den Graphen von p parallel zur Geraden f (siehe nachstehende Skizze).



Es gilt:

$$p(x) = -70,000 \cdot x^4 + 150,000 \cdot x^3 - 100,000 \cdot x^2 + 17,000 \cdot x + 3,000$$

$$f(x) = -4,046 \cdot x + 4,378$$

x ... horizontale Koordinate in Metern (m)

$p(x), f(x)$... vertikale Koordinate in Millimetern (mm)

- Erstellen Sie eine Gleichung, mit der die x -Koordinate des Punktes T berechnet werden kann.
- Berechnen Sie die x -Koordinate des Punktes T .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a)

$p'(x_1) = 0$	☒

b) Der Graph der Funktion hat mindestens 2 Wendepunkte.

oder:

Die Funktion hat mindestens 3 lokale Extrema.

oder:

Es gibt mindestens 4 Schnittpunkte mit einer geeigneten Geraden.

c) $p(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$

I: $p(0) = 1,8$

II: $p(0,25) = 2,1$

III: $p(0,5) = 0,4$

IV: $p(0,75) = 0,7$

V: $p(1) = 0,5$

oder:

I: $a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = 1,8$

II: $a \cdot 0,25^4 + b \cdot 0,25^3 + c \cdot 0,25^2 + d \cdot 0,25 + e = 2,1$

III: $a \cdot 0,5^4 + b \cdot 0,5^3 + c \cdot 0,5^2 + d \cdot 0,5 + e = 0,4$

IV: $a \cdot 0,75^4 + b \cdot 0,75^3 + c \cdot 0,75^2 + d \cdot 0,75 + e = 0,7$

V: $a \cdot 1^4 + b \cdot 1^3 + c \cdot 1^2 + d \cdot 1 + e = 0,5$

Berechnung der Koeffizienten mittels Technologieeinsatz:

$a = -69,333...$

$b = 146,666...$

$c = -95,666...$

$d = 17,033...$

$e = 1,8$

d) $p'(x) = f'(x)$

$$p'(x) = -4,046$$

$$-280 \cdot x^3 + 450 \cdot x^2 - 200 \cdot x + 17 = -4,046$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = 0,1527\dots)$$

$$x_2 = 0,5357\dots$$

$$(x_3 = 0,9187\dots)$$

Die x-Koordinate des Punktes T ist 0,5357...

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

b) 1 × D: für die richtige Begründung

c) 1 × A: für das richtige Aufstellen des Gleichungssystems

1 × B: für das richtige Ermitteln der Koeffizienten

d) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung zur Berechnung der x-Koordinate des Punktes T

1 × B: für die richtige Berechnung der x-Koordinate des Punktes T