

Kunst und Kaffee*

Aufgabennummer: B_401

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Das Café-Restaurant in einer Kunsthalle bietet für die neue Ausstellung als zusätzliche Attraktion die Veranstaltung *Kunst und Kaffee* an. Nach einem gemütlichen Frühstück im Café-Restaurant kann man die Ausstellung besuchen und bezahlt für Frühstück und Ausstellungsbesuch nur einen Gesamtpreis.

Aus diesem Grund wird durch eine Befragung der Besucher/innen festgestellt, welcher Preis dafür verlangt werden kann.

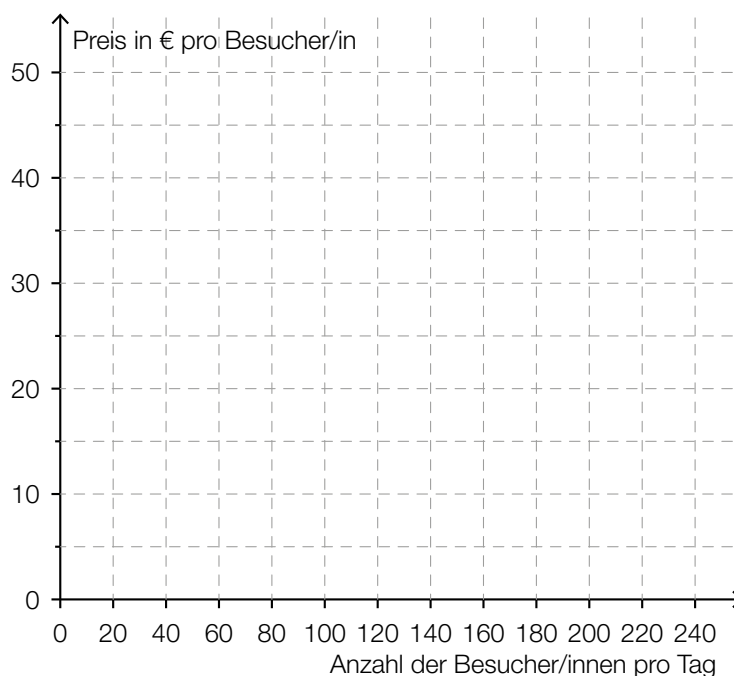
Das Ergebnis dieser Befragung führt zu folgender linearer Preisfunktion der Nachfrage p :

$$p(x) = -0,25 \cdot x + 45$$

x ... Anzahl der Besucher/innen pro Tag

$p(x)$... Preis bei x Besucher/innen in € pro Besucher/in

- a) – Zeichnen Sie den Graphen dieser linearen Preisfunktion der Nachfrage in der nachstehenden Abbildung ein.



– Markieren Sie in der obigen Abbildung die Sättigungsmenge.

- b) – Ermitteln Sie, um welchen Betrag der Preis reduziert werden muss, wenn man 10 Besucher/innen pro Tag mehr für dieses Angebot gewinnen möchte.
- c) – Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Erlösfunktion E auf.
– Interpretieren Sie die Bedeutung der beiden Koordinaten des Scheitelpunkts der Erlösfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.

Die täglichen Kosten, die dem Café-Restaurant für dieses Angebot entstehen, lassen sich durch die folgende Funktion K beschreiben:

$$K(x) = 0,05 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 500$$

x ... Anzahl der Besucher/innen pro Tag

$K(x)$... tägliche Kosten bei x Besucherinnen und Besuchern in €

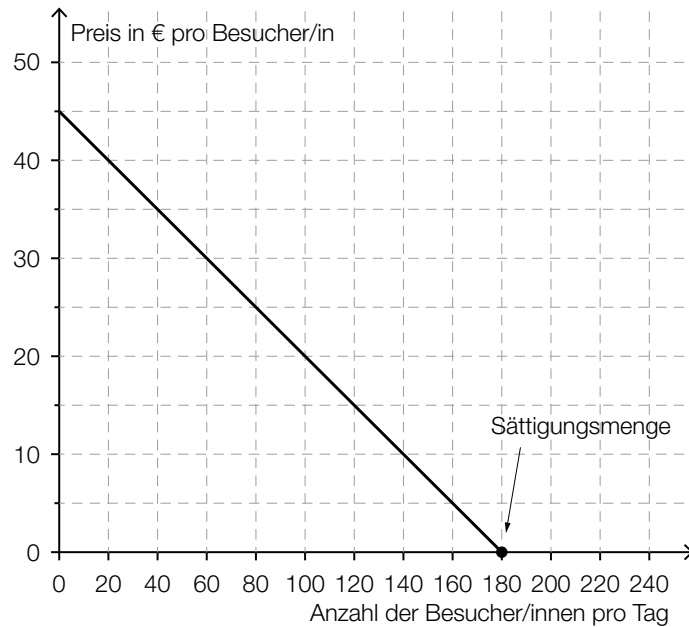
- Berechnen Sie die Höhe des maximalen Gewinns.
- Erklären Sie, warum die Stelle, an der der Gewinn maximal ist, nicht von den Fixkosten abhängt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



- b) Gemäß dem Modell steigt die Besucheranzahl um 1 Person pro Tag, wenn der Preis um € 0,25 pro Person reduziert wird (Steigung der Preisfunktion der Nachfrage). Daher muss der Preis um € 2,50 pro Person gesenkt werden, wenn man 10 Besucher/innen mehr pro Tag gewinnen möchte.

c) $E(x) = p(x) \cdot x = -0,25 \cdot x^2 + 45 \cdot x$

x ... Anzahl der Besucher/innen pro Tag

$E(x)$... Erlös bei x Besucherinnen und Besuchern in €

Die erste Koordinate des Scheitelpunkts gibt an, bei welcher Anzahl an Besucherinnen und Besuchern pro Tag der Erlös maximal ist, die zweite Koordinate gibt an, wie hoch dieser maximale Erlös ist.

$$G(x) = E(x) - K(x) = -0,3 \cdot x^2 + 33 \cdot x - 500$$

Lösen der Gleichung $G'(x) = 0$:

$$-0,6 \cdot x + 33 = 0 \Rightarrow x = 55$$

$$G(55) = 407,50$$

Der maximale Gewinn beträgt € 407,50 pro Tag.

Eine Änderung der Fixkosten entspricht der Addition bzw. Subtraktion einer konstanten Funktion zur Gewinnfunktion. Sie bewirkt eine vertikale Verschiebung des Graphen, wodurch sich die Maximumstelle nicht verändert.

oder:

Die Stelle des maximalen Gewinns ist die Nullstelle der 1. Ableitung der Gewinnfunktion. Die Fixkosten sind in der Gewinnfunktion ein konstanter Summand, der beim Bilden der 1. Ableitung wegfällt. Folglich haben sie auch keinen Einfluss auf die Stelle des maximalen Gewinns.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Einzeichnen des Funktionsgraphen
1 × C: für das richtige Markieren der Sättigungsmenge
- b) 1 × C: für das richtige Ermitteln der Preisreduktion
- c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung
1 × C: für die richtige Interpretation der beiden Koordinaten des Scheitelpunkts im gegebenen Sachzusammenhang
1 × B: für die richtige Berechnung des maximalen Gewinns
1 × D: für die richtige Erklärung