

Fruchtsäfte*

Aufgabennummer: B_400

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Ein Unternehmen erzeugt Fruchtsäfte (Apfel-, Birnen-, Trauben- und Orangensaft).

- a) Die beiden Hauptprodukte des Unternehmens sind Apfelsaft und Birnensaft.
Aus Kapazitätsgründen können insgesamt pro Tag höchstens 200 Mengeneinheiten (ME) von diesen beiden Säften produziert werden.
Das Unternehmen kann pro Tag maximal 40 ME Birnensaft produzieren.

– Erstellen Sie die beiden Ungleichungen, die diese Produktionseinschränkungen für x ME Apfelsaft und y ME Birnensaft beschreiben.

- b) Das folgende Ungleichungssystem beschreibt die Produktionseinschränkungen für x ME Apfelsaft und y ME Traubensaft:

$$x + 10 \cdot y \leq 200$$

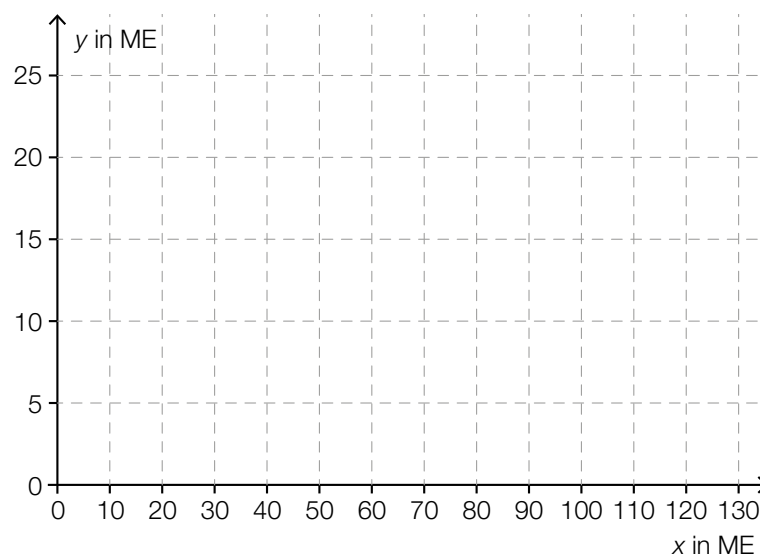
$$x + 5 \cdot y \leq 125$$

$$x \leq 100$$

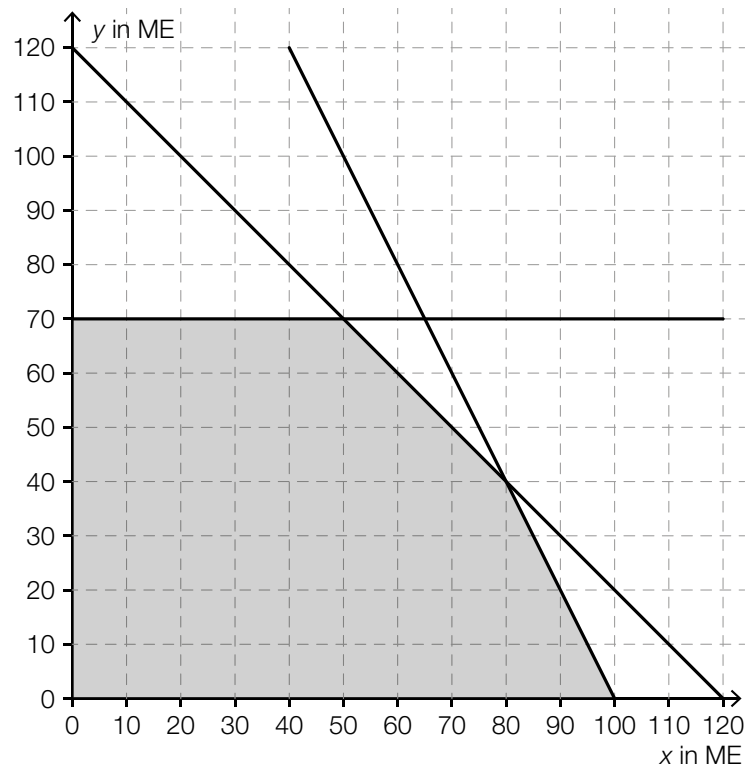
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

– Zeichnen Sie den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems in der nachstehenden Abbildung ein.



- c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die tägliche Produktion von x ME Apfelsaft und y ME Orangensaft dargestellt.



Der Gewinn beim Verkauf jeder Flasche Apfelsaft beträgt € 0,12. Der Gewinn beim Verkauf jeder Flasche Orangensaft beträgt € 0,20. Dabei gilt: 1 ME = 1 000 Flaschen.

- Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion zur Beschreibung des Gewinns auf.
- Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in der obigen Abbildung ein.
- Ermitteln Sie den maximalen Gewinn pro Tag in €.

Aufgrund einer weiteren Produktionseinschränkung können pro Tag nur maximal 60 ME Apfelsaft hergestellt werden.

- Begründen Sie, warum sich der maximale Gewinn pro Tag dadurch nicht verändert.

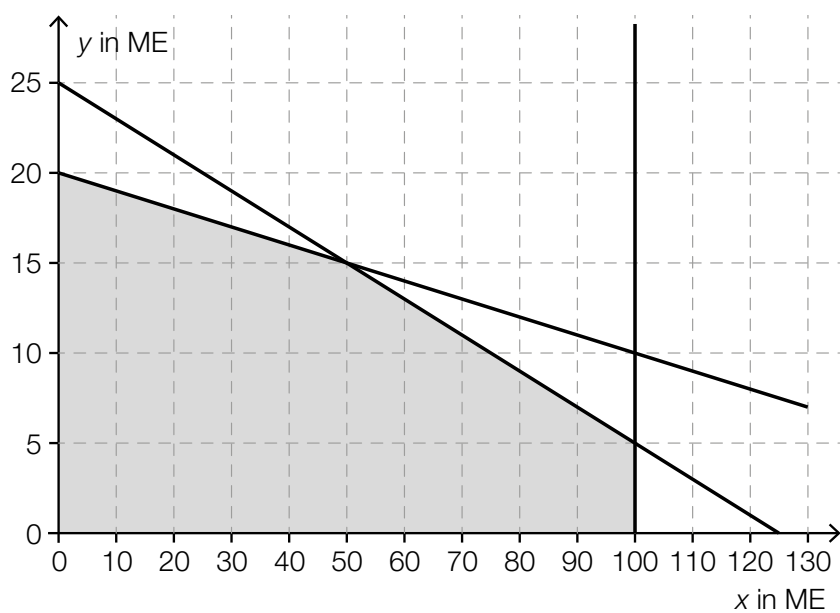
Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $x + y \leq 200$
 $y \leq 40$

b)

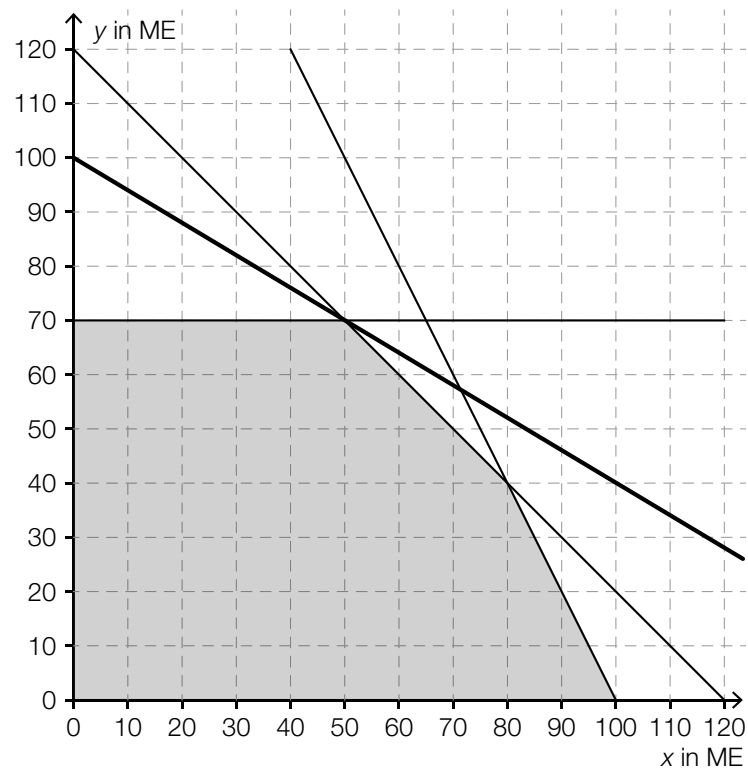


- c) $Z(x, y) = 120 \cdot x + 200 \cdot y$
 $x, y \dots$ Anzahl der ME Apfelsaft bzw. Orangensaft

oder:

$$Z(x, y) = 0,12 \cdot x + 0,20 \cdot y$$

$x, y \dots$ Anzahl der Flaschen Apfelsaft bzw. Orangensaft



$$120 \cdot 50 + 200 \cdot 70 = 20000$$

Der maximale Gewinn pro Tag beträgt € 20.000.

Der maximale Gewinn pro Tag verändert sich nicht, weil der Eckpunkt (50|70) trotz dieser zusätzlichen Einschränkung immer noch im Lösungsbereich enthalten ist.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Ungleichung mithilfe der Information bezüglich der gesamten Kapazitätsbeschränkung
1 × A2: für das richtige Erstellen der Ungleichung mithilfe der Information bezüglich der Produktionseinschränkung bei Birnensaft
- b) 1 × B: für das richtige Zeichnen der Randgeraden des Lösungsbereichs
1 × C: für das richtige Markieren des Lösungsbereichs
- c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Gleichung der Zielfunktion
1 × B1: für das richtige Einzeichnen der Geraden, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird
1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns pro Tag
1 × D: für die richtige Begründung