

CO₂-Gehalt der Luft*

Aufgabennummer: B_398

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Der CO₂-Gehalt der Luft ist ein wichtiger Indikator für die Qualität der Luft. Er wird als Volumenanteil in parts per million (ppm) angegeben.

- a) Die Luft in einem geschlossenen Raum mit einem Luftvolumen von 800 m³ hat einen CO₂-Gehalt von 1 100 ppm.

– Ermitteln Sie das CO₂-Volumen (in m³) in diesem Raum.

Eine Lüftungsanlage wird zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeschaltet. Es strömt nun gleichmäßig Frischluft mit einem CO₂-Gehalt von 400 ppm in den Raum. Die Durchflussrate beträgt dabei 2,5 m³/s. Gleichzeitig wird die durchmischte Luft mit derselben Durchflussrate abgesaugt.

– Stellen Sie eine Differenzialgleichung auf, die das CO₂-Volumen im Raum in Abhängigkeit von der Zeit darstellt. $V(t)$ ist dabei das CO₂-Volumen (in m³) zum Zeitpunkt t (in s).

- b) In Schulklassen ist der CO₂-Gehalt an Wintertagen nach 2 Unterrichtsstunden annähernd normalverteilt. Eine Stichprobe in 7 zufällig ausgewählten Klassen ergibt folgende Messwerte:

CO ₂ -Gehalt in ppm	2 500	2 780	3 500	4 000	2 800	2 740	3 850
--------------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Berechnen Sie den Stichprobenmittelwert $\bar{x}$ und die Stichprobenstandardabweichung s_{n-1} dieser Messwerte.
– Ermitteln Sie den zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert μ des CO₂-Gehalts.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) $0,0011 \cdot 800 \text{ m}^3 = 0,88 \text{ m}^3$
Das CO₂-Volumen beträgt 0,88 m³.

$$\frac{dV}{dt} = 2,5 \cdot 0,0004 - 2,5 \cdot \frac{V}{800}$$

- b) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\bar{x} = 3167,14... \text{ ppm}$$

$$s_{n-1} = 603,17... \text{ ppm}$$

Zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich mithilfe der t -Verteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm t_{f; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

$$n = 7 \Rightarrow f = 6$$

$$t_{6; 0,975} = 2,44691...$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich für μ in ppm: $2609,29... \leq \mu \leq 3724,98...$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Ermitteln des CO₂-Volumens
1 × A: für das richtige Aufstellen der Differenzialgleichung
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung von arithmetischem Mittel und Standardabweichung
1 × B2: für die richtige Berechnung des Vertrauensbereichs