

Snowboard (1)*

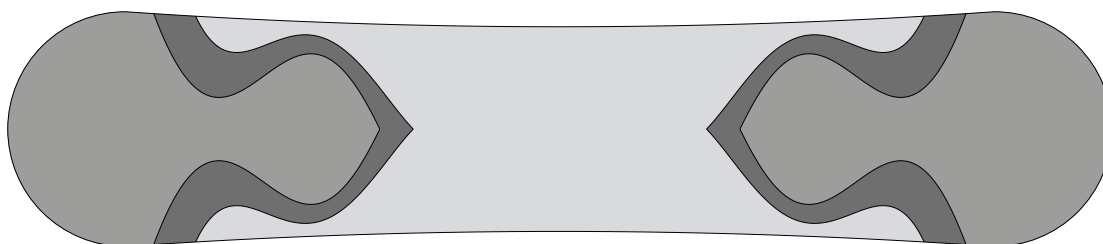
Aufgabennummer: B_392

Technologieeinsatz:

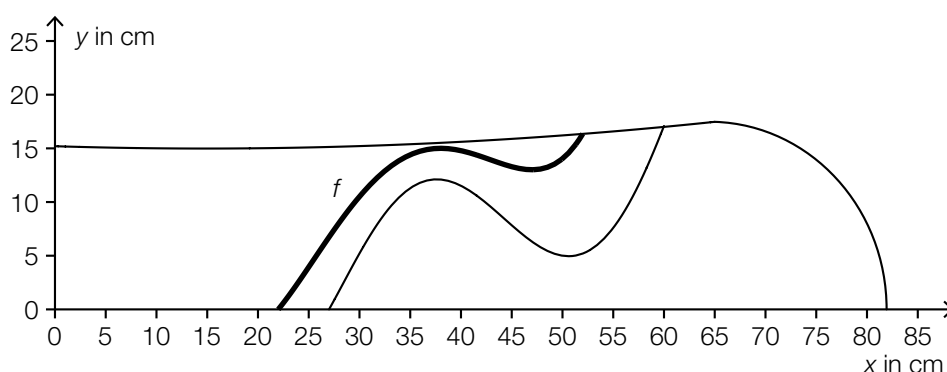
möglich ☐

erforderlich ☒

Das Design für ein Freestyle-Snowboard sieht folgendermaßen aus:



- a) Das Snowboard-Design setzt sich aus 4 zueinander symmetrischen Elementen zusammen. Eines dieser Elemente ist in folgender Grafik dargestellt:



Die in der obigen Grafik markierte Kurve kann als Graph einer Polynomfunktion 4. Grades mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ dargestellt werden. Von dieser Funktion sind folgende Eigenschaften bekannt:

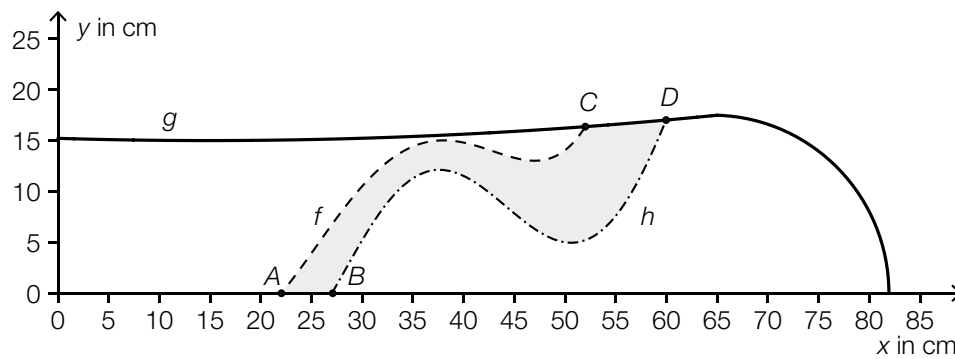
Bei $x = 22$ hat die Funktion f eine Nullstelle.

Der Punkt $(38|15)$ ist ein Hochpunkt.

Der Punkt $(47|13)$ ist ein Tiefpunkt.

- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem man die Koeffizienten dieser Polynomfunktion 4. Grades berechnen kann.

- b) Die geschwungene Farbfläche des Snowboards wird durch die Graphen der Funktionen f , g und h sowie die x -Achse begrenzt:



$$A = (22|0)$$

$$B = (27|0)$$

$$C = (52|16,5)$$

$$D = (60|17)$$

Im nachstehenden Ansatz zur Berechnung des Inhalts dieser grau markierten Fläche in cm^2 wurde eine Teilfläche nicht berücksichtigt.

$$A_1 = \int_{22}^{27} f(x) \, dx$$

$$A_2 = \int_{27}^{52} [f(x) - h(x)] \, dx$$

- Kennzeichnen Sie in der obigen Grafik die fehlende Teilfläche.
- Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A_3 dieser Teilfläche auf.

$$A_3 = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) Die Kosten bei der Produktion von Snowboards einer *limited edition* können durch die Funktion K , der Erlös beim Verkauf kann durch die Funktion E beschrieben werden:

$$K(x) = 0,27 \cdot x^3 - 15 \cdot x^2 + 591,67 \cdot x + 10000$$

$$E(x) = 1000 \cdot x$$

x ... Anzahl der Mengeneinheiten (ME)

$K(x)$... Gesamtkosten bei der Produktion von x ME in Geldeinheiten (GE)

$E(x)$... Erlös beim Verkauf von x ME in GE

Es wird angenommen, dass alle produzierten Snowboards auch verkauft werden.

- Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Gewinnfunktion auf.
- Berechnen Sie den maximalen Gewinn.
- Ermitteln Sie den Gewinnbereich.

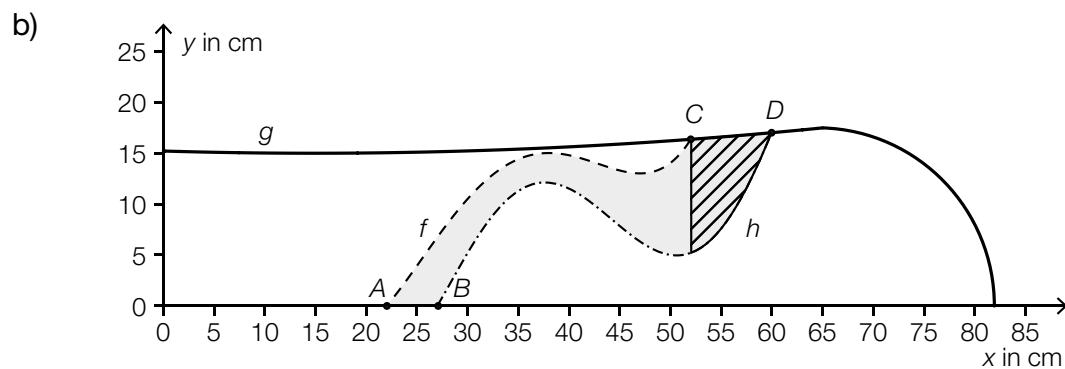
Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$
 $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$

$$\begin{array}{ll} f(22) = 0 & 22^4 \cdot a + 22^3 \cdot b + 22^2 \cdot c + 22 \cdot d + e = 0 \\ f(38) = 15 & 38^4 \cdot a + 38^3 \cdot b + 38^2 \cdot c + 38 \cdot d + e = 15 \\ f'(38) = 0 & \text{oder: } 4 \cdot 38^3 \cdot a + 3 \cdot 38^2 \cdot b + 2 \cdot 38 \cdot c + d = 0 \\ f(47) = 13 & 47^4 \cdot a + 47^3 \cdot b + 47^2 \cdot c + 47 \cdot d + e = 13 \\ f'(47) = 0 & 4 \cdot 47^3 \cdot a + 3 \cdot 47^2 \cdot b + 2 \cdot 47 \cdot c + d = 0 \end{array}$$



$$A_3 = \int_{52}^{60} [g(x) - h(x)] dx$$

c) $G(x) = -0,27 \cdot x^3 + 15 \cdot x^2 + 408,33 \cdot x - 10000$

$$G'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 47,62... \quad (x_2 = -10,58...)$$

$$G(47,62...) = 14\,303,372...$$

Der maximale Gewinn beträgt rund 14 303,37 GE.

Nullstellen der Gewinnfunktion: $G(x) = 0$

$$(x_1 = -31,15...)$$

$$x_2 = 17,07...$$

$$x_3 = 69,63...$$

Der Gewinnbereich lautet: $[17,1; 69,6]$.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte
1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der 1. Ableitung
- b) 1 × C: für das richtige Kennzeichnen der fehlenden Teilfläche
1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel
- c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Gleichung der Gewinnfunktion
1 × B1: für die richtige Berechnung des maximalen Gewinns
1 × B2: für das richtige Ermitteln des Gewinnbereichs