

Seile*

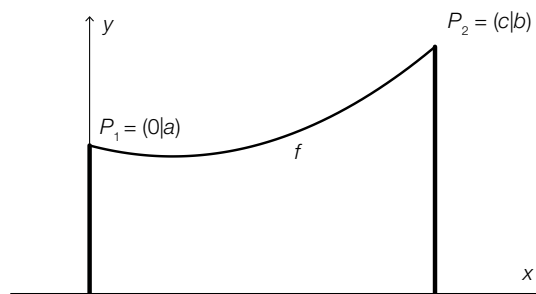
Aufgabennummer: B_391

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Der Verlauf eines durchhängenden Seils einer Gondelbahn zwischen dem Punkt P_1 und dem Punkt P_2 kann näherungsweise durch den Graphen der Polynomfunktion f dargestellt werden (siehe nachstehende Abbildung).

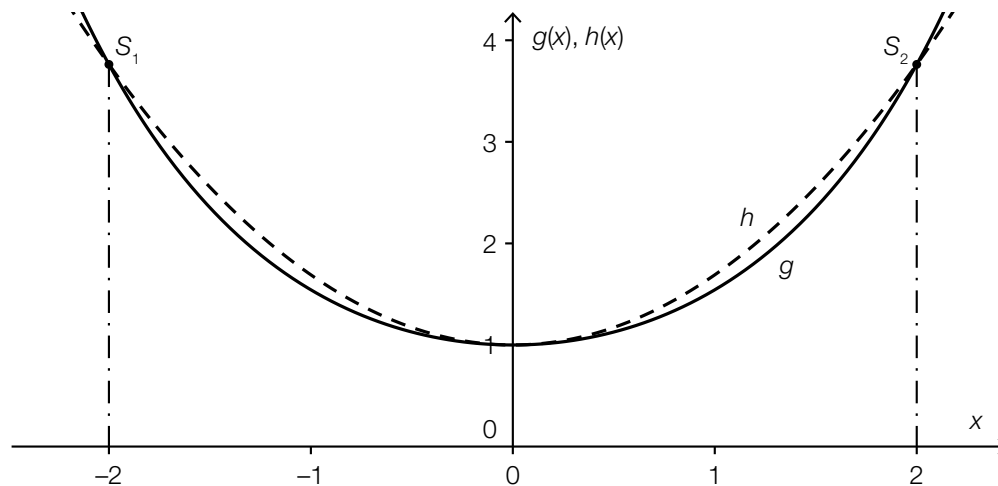


- Interpretieren Sie die Bedeutung der Größe $\frac{b-a}{c}$ im gegebenen Sachzusammenhang.
- Stellen Sie eine Formel auf, mit der der Steigungswinkel φ des Graphen der Funktion f im Punkt $P_2 = (c|b)$ bestimmt werden kann.

$\varphi =$ _____

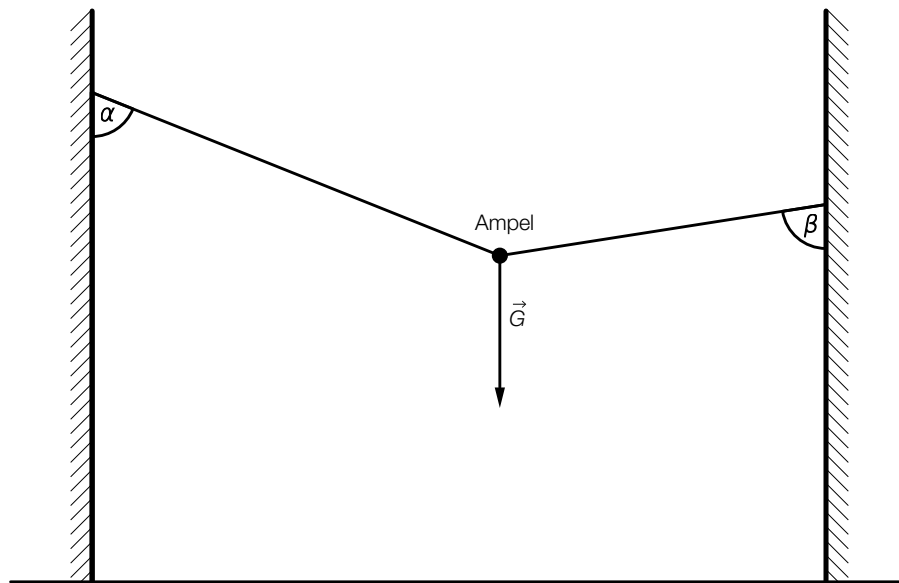
b) Der Verlauf eines zwischen zwei Punkten S_1 und S_2 durchhängenden Seils kann durch den Graphen der Funktion g mit $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ dargestellt werden. Näherungsweise kann dieser Seilverlauf durch den Graphen einer quadratischen Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + c$ dargestellt werden (siehe nachstehende Abbildung).

Die Graphen der beiden Funktionen schneiden einander in den Punkten S_1 und S_2 .



- Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Parameter c ab.
- Ermitteln Sie den Parameter a .
- Berechnen Sie den Schnittwinkel der Graphen von g und h im Schnittpunkt S_2 .

- c) Zwischen zwei Gebäuden verläuft eine Straße. Eine Ampelanlage wird mit Seilen an beiden Gebäudemauern befestigt. Die Winkel, die die Seile mit den Hausmauern einschließen, betragen $\alpha = 71^\circ$ und $\beta = 78^\circ$. Der Betrag der Gewichtskraft $\vec{G}$ der Ampel ist: $|\vec{G}| = 1\,500\text{ N}$ (siehe nachstehende Abbildung).



- Veranschaulichen Sie mithilfe eines Kräfteparallelogramms, wie die Kraft $\vec{G}$ auf die beiden Seile aufgeteilt werden kann.
- Berechnen Sie die Beträge der beiden Kräfte, die auf die Seile wirken.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $\frac{b-a}{c}$ ist die mittlere Steigung des Seils der Gondelbahn zwischen den Punkten P_1 und P_2 .

$$\varphi = \arctan(f'(c))$$

b) $c = h(0) = 1$

$$h(2) = g(2)$$

$$a \cdot 2^2 + 1 = \frac{e^2 + e^{-2}}{2} \Rightarrow a = 0,690\dots$$

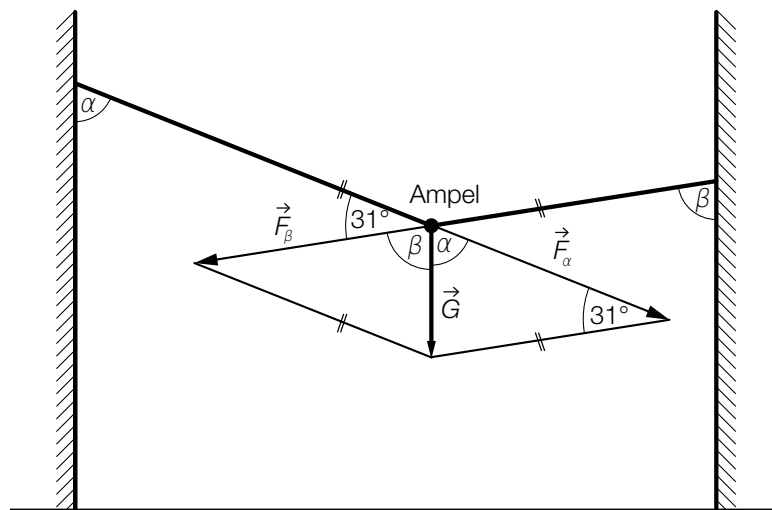
$$\arctan(g'(2)) = 74,58\dots^\circ$$

$$\arctan(h'(2)) = 70,09\dots^\circ$$

$$74,58\dots^\circ - 70,09\dots^\circ = 4,48\dots^\circ$$

Der Schnittwinkel der Graphen von g und h im Schnittpunkt S_2 beträgt rund $4,5^\circ$.

c)



$$180^\circ - 71^\circ - 78^\circ = 31^\circ$$

Es gilt folgende Schreibweise: $|\vec{F}| = F$.

$$\frac{F_\alpha}{\sin(\beta)} = \frac{G}{\sin(31^\circ)} \Rightarrow F_\alpha = 2848,7\dots \text{ N}$$

$$\frac{F_\beta}{\sin(\alpha)} = \frac{G}{\sin(31^\circ)} \Rightarrow F_\beta = 2753,7\dots \text{ N}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel
- b) 1 × C: für das richtige Ablesen des Parameters c
1 × B1: für das richtige Ermitteln des Parameters a
1 × A: für einen richtigen Ansatz zur Berechnung des Schnittwinkels im Schnittpunkt S_2
1 × B2: für die richtige Berechnung des Schnittwinkels
- c) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen mithilfe eines Kräfteparallelogramms
1 × A2: für den richtigen Ansatz (z. B. Sinussatz)
1 × B: für die richtige Berechnung der Beträge der beiden Kräfte