

Skispringen (2)*

Aufgabennummer: B_380

Technologieeinsatz:

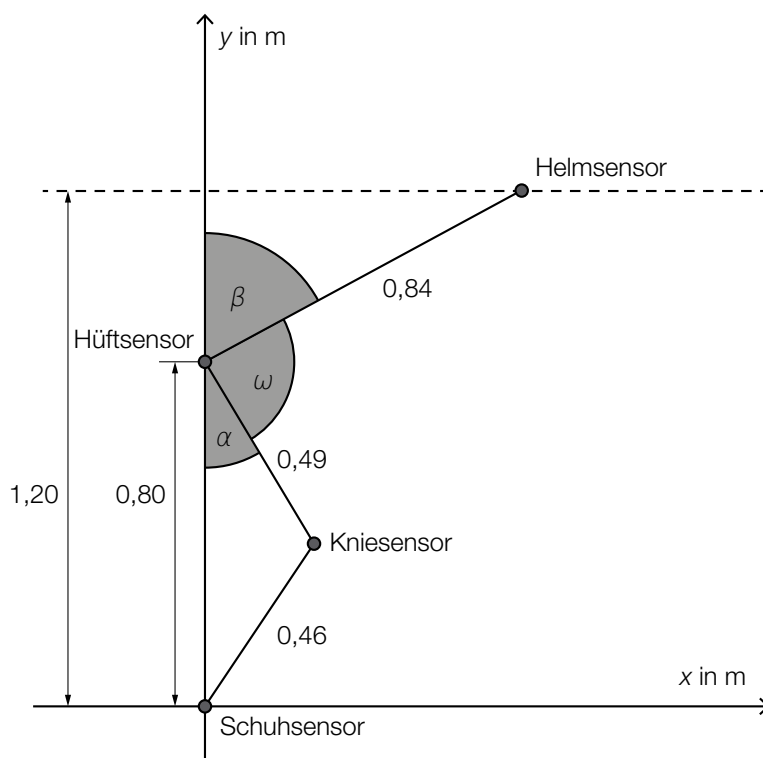
möglich ☐

erforderlich ☒

a) Für die Analyse eines Bewegungsablaufs beim Skispringen wurden 4 Sensoren an der Ausrüstung eines Skispringers befestigt.

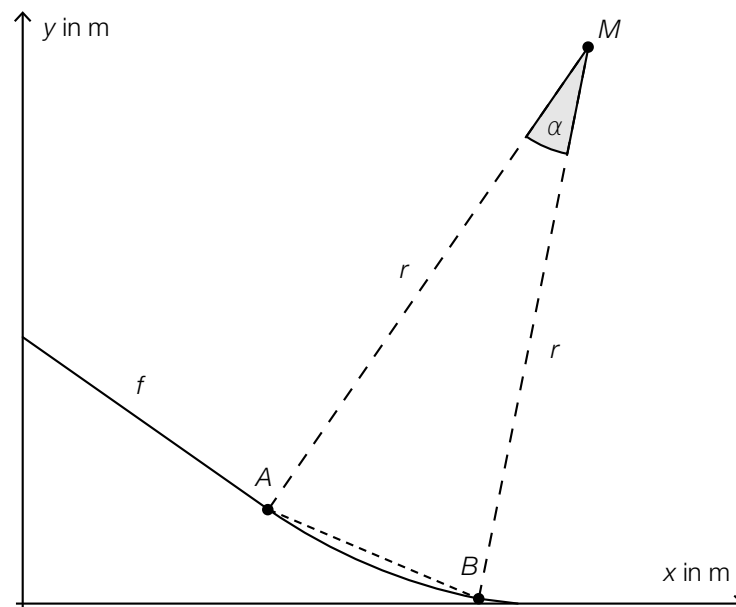
1. Sensor: Schuh
2. Sensor: Knie
3. Sensor: Hüfte
4. Sensor: Helm

In der nachstehenden Abbildung sind die Positionen der Sensoren für eine Position im Bewegungsablauf des Skispringers in einem Koordinatensystem dargestellt (Angaben in Metern).



– Berechnen Sie den Winkel ω .

- b) Der Anlauf der Mühlenkopfschanze in Willingen (Deutschland) ist in der nachstehenden Abbildung vereinfacht als Graph einer Funktion f dargestellt.



A und B sind Punkte eines Kreises mit Mittelpunkt M und Radius $r = 105,6$ m. Die geradlinige Strecke AB hat eine Länge von 43,4 m.

- Berechnen Sie den Winkel α .
 - Bestimmen Sie, um wie viel Prozent die Strecke AB kürzer als der Kreisbogen von A nach B ist.
- c) Der Zusammenhang zwischen der Absprunggeschwindigkeit und der Sprungweite soll untersucht werden. Es wird vermutet, dass die Sprungweite linear von der Absprunggeschwindigkeit abhängt.

Es stehen folgende Messdaten zur Verfügung:

Absprunggeschwindigkeit in km/h	88,0	89,9	90,2	91,2	91,5	91,9	92,5
Sprungweite in m	110,0	112,5	113,7	115,8	116,6	118,7	120,0

- Bestimmen Sie für diese Datenpaare eine Gleichung der linearen Regressionsfunktion.
- Interpretieren Sie den Wert der Steigung dieser Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg

a) $0,46^2 = 0,49^2 + 0,8^2 - 2 \cdot 0,49 \cdot 0,8 \cdot \cos(\alpha)$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{0,46^2 - 0,49^2 - 0,8^2}{-2 \cdot 0,49 \cdot 0,8}\right)$$

$$\alpha = 31,49\dots^\circ$$

$$\cos(\beta) = \frac{0,4}{0,84}$$

$$\beta = 61,56\dots^\circ$$

$$\omega = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\omega = 86,94\dots^\circ \approx 86,9^\circ$$

b) $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{r} = \frac{21,7}{105,6}$

$$\alpha = 23,716\dots^\circ$$

Kreisbogen b von A nach B :

$$b = \frac{\alpha \cdot r \cdot \pi}{180^\circ}$$

$$b = \frac{23,716\dots^\circ \cdot 105,6 \cdot \pi}{180^\circ} = 43,711\dots$$

prozentueller Unterschied zwischen der Länge der Strecke AB und dem Kreisbogen b :

$$\frac{43,711\dots - 43,4}{43,711\dots} = 0,00712\dots \approx 0,71 \%$$

Die Streckenlänge $\overline{AB}$ ist um rund 0,71 % kürzer als der Kreisbogen b .

c) Ermittlung der Gleichung der Regressionsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$$f(x) = 2,3 \cdot x - 90,6 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

x ... Absprunggeschwindigkeit in km/h

$f(x)$... Sprungweite bei einer Absprunggeschwindigkeit x in m

Wird die Absprunggeschwindigkeit um 1 km/h erhöht, so ist die Sprungweite gemäß dem Modell um rund 2,3 m größer.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für einen richtigen Lösungsansatz (z. B.: mittels Cosinussatz)
1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels ω
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Winkels α
1 × B2: für das richtige Bestimmen des prozentuellen Unterschieds
- c) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Gleichung der Regressionsfunktion
1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang