

Angry Birds (1)*

Aufgabennummer: B_377

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Im Computerspiel *Angry Birds* muss man mithilfe einer Schleuder Schweine treffen. Als Wurfgeschosse stehen verschiedene Vögel zur Verfügung. Einige dieser Vögel haben besondere Funktionen, die durch einen Mausklick ausgelöst werden können. Koordinaten bzw. Abstände sind im Folgenden in Längeneinheiten (LE) angegeben.

- a) Die Flugparabel des Vogels *Red* bei einem Wurf kann durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden:

$$f(x) = -0,1 \cdot x^2 + 0,9 \cdot x + 1 \quad \text{mit } x \geq 0$$

x ... horizontale Entfernung vom Abschusspunkt in Längeneinheiten (LE)

$f(x)$... Flughöhe des Vogels über dem horizontalen Boden an der Stelle x in LE

Red trifft kein Schwein und prallt auf den Boden auf.

- Berechnen Sie, in welcher horizontalen Entfernung vom Abschusspunkt der Vogel auf dem Boden aufprallt.

Der Weg, den der Vogel vom Abschusspunkt bis zum Aufprall am Boden zurücklegt, entspricht der Länge der Kurve zwischen diesen Punkten. Für die Länge s der Kurve in einem Intervall $[a; b]$ gilt:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

- Berechnen Sie den vom Vogel zurückgelegten Weg vom Abschusspunkt bis zum Aufprall am Boden.

- b) Die Flugbahn des Vogels *Chuck* kann zu Beginn durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden:

$$g(x) = -0,5 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 3 \quad \text{mit } x \geq 0$$

x ... horizontale Entfernung vom Abschusspunkt in LE

$g(x)$... Flughöhe des Vogels über dem horizontalen Boden an der Stelle x in LE

Der Spieler löst in 3 LE horizontaler Entfernung vom Abschusspunkt durch einen Mausklick eine Spezialfunktion aus. Der Vogel bewegt sich ab diesem Punkt bis zu einer horizontalen Entfernung von 5 LE vom Abschusspunkt entlang der Tangente an den gegebenen Funktionsgraphen.

- Ermitteln Sie eine Gleichung der Tangente im Punkt $P = (3|g(3))$.
- Veranschaulichen Sie die Flugbahn von Chuck vom Abschusspunkt bis zu einer horizontalen Entfernung von 5 LE vom Abschusspunkt mithilfe einer geeigneten Grafik.

- c) Die Flugbahn des Vogels *Matilda* kann durch den Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades beschrieben werden.

Der Funktionsgraph schneidet die vertikale Achse bei 12. Er verläuft durch die Punkte $A = (1|16)$ und $B = (5|32)$. A ist ein Hochpunkt des Funktionsgraphen.

- Stellen Sie mithilfe der angegebenen Informationen ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion berechnet werden können.

- d) Bei einem anderen Angriff durch den Vogel Matilda kann die Flugbahn durch den Graphen der Funktion h beschrieben werden.

$$h(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 8 \quad \text{mit } x \geq 0$$

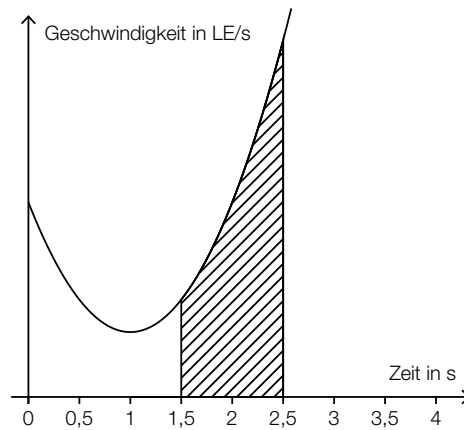
x ... horizontale Entfernung vom Abschusspunkt in LE

$h(x)$... Flughöhe des Vogels über dem horizontalen Boden an der Stelle x in LE

Ein Schwein befindet sich im Punkt $P = (5|20)$.

- Berechnen Sie den Abstand des Schweins vom Abschusspunkt.
- Überprüfen Sie nachweislich, ob der Punkt P auf Matildas Flugbahn liegt.

- e) Die nachstehende Grafik stellt das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eines Vogels bei einem Wurf dar.



- Beschreiben Sie die Bedeutung der in der Grafik eingezeichneten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $-0,1 \cdot x^2 + 0,9 \cdot x + 1 = 0$

Lösung der Gleichung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = -1)$$

$$x_2 = 10$$

Der Vogel prallt in einer horizontalen Entfernung von 10 LE auf den Boden auf.

$$\int_0^{10} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx = 11,51\dots$$

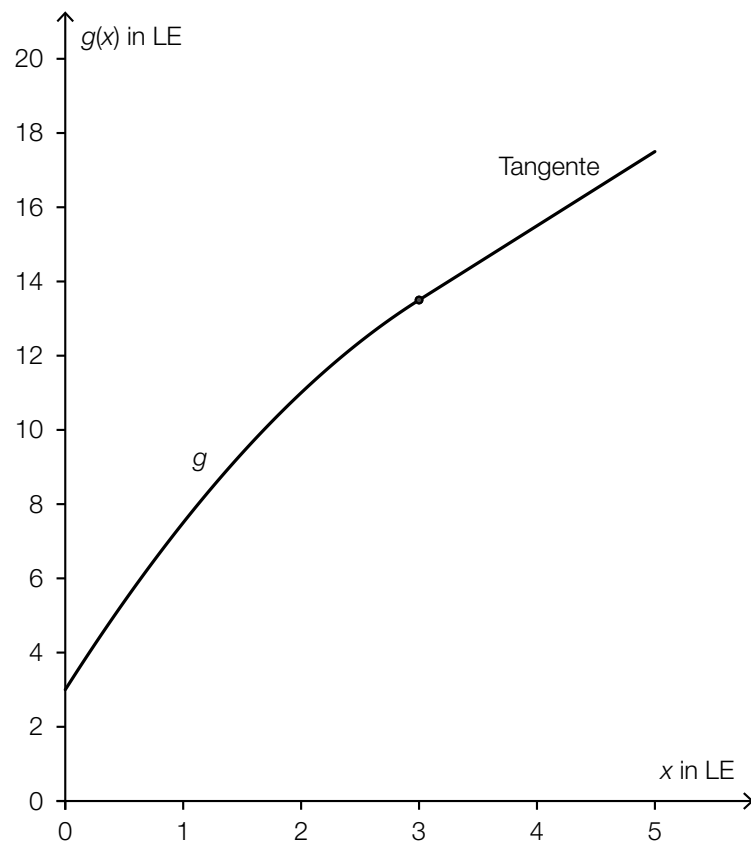
Der vom Vogel zurückgelegte Weg beträgt rund 11,5 LE.

b) $g(3) = 13,5$

$$g'(x) = -x + 5 \Rightarrow g'(3) = 2$$

$$13,5 = 2 \cdot 3 + d \Rightarrow d = 7,5$$

$$\text{Tangentengleichung: } y = 2 \cdot x + 7,5$$



c) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
 $f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$

I: $f(0) = 12$

II: $f(1) = 16$

III: $f(5) = 32$

IV: $f'(1) = 0$

- d) Koordinaten des Abschusspunkts: $A = (0|8)$
 Position des Schweins: $P = (5|20)$

$$\sqrt{5^2 + (20 - 8)^2} = 13$$

Der Abstand des Schweins vom Abschusspunkt beträgt 13 LE.

$$h(5) = 18$$

Der Punkt P liegt nicht auf Matildas Flugbahn.

- e) Die Fläche unter dem Graphen der Geschwindigkeitsfunktion beschreibt den vom Vogel zurückgelegten Weg im Zeitintervall $[1,5 \text{ s}; 2,5 \text{ s}]$ nach dem Abschuss.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für die richtige Berechnung der horizontalen Entfernung
 1 × B2: für die richtige Berechnung des zurückgelegten Weges
- b) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Tangentengleichung
 1 × A2: für das richtige Veranschaulichen der Flugbahn
 (für $0 \leq x \leq 3$ Graph von g , für $3 \leq x \leq 5$ Tangente)
- c) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte
 1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung
- d) 1 × B: für die richtige Berechnung des Abstands
 1 × D: für die richtige Überprüfung, ob der Punkt P auf Matildas Flugbahn liegt
- e) 1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Fläche im gegebenen Sachzusammenhang unter Bezugnahme auf das Zeitintervall $[1,5 \text{ s}; 2,5 \text{ s}]$