

# Richtfunk

Aufgabennummer: B\_375

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Richtfunksysteme sind Funkssysteme zur Übertragung von Informationen zwischen festen Standorten. Oft werden Parabolantennen für das Empfangen und das Senden der Strahlung verwendet.

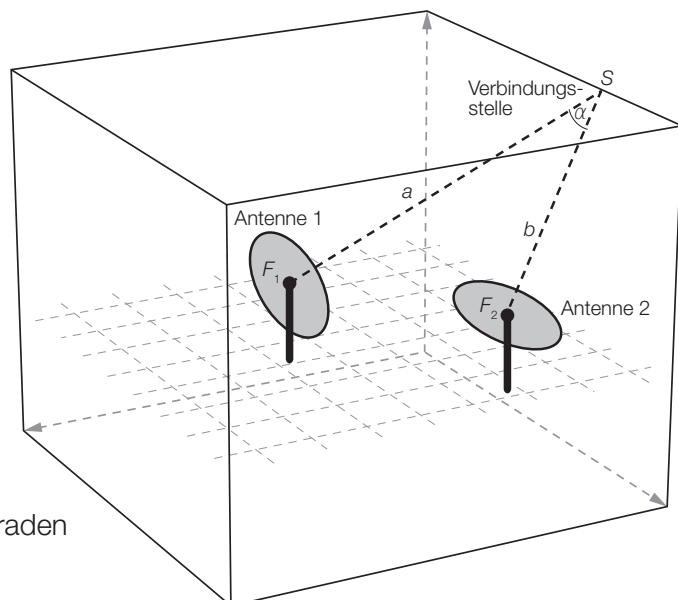
- a) Ein Richtstrahl, der entlang der Geraden  $a$  verläuft, wird vom Punkt  $F_1 = (-50|-40|0)$  (Angaben in Metern) in Richtung des Vektors
- $$\begin{pmatrix} 16 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix}$$
- gesendet.

- Stellen Sie eine Gleichung der Geraden  $a$  in Parameterform auf.

Ein Richtstrahl, der von  $F_2$  aus gesendet wird, verläuft entlang der Geraden

$$b: X = \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 15,5 \\ 10 \\ 45 \end{pmatrix}.$$

- Ermitteln Sie die Koordinaten desjenigen Schnittpunkts  $S$ , in dem die beiden Richtstrahlen auf die Verbindungsstelle treffen.
- Berechnen Sie denjenigen Winkel  $\alpha$ , den die beiden Richtstrahlen miteinander einschließen.

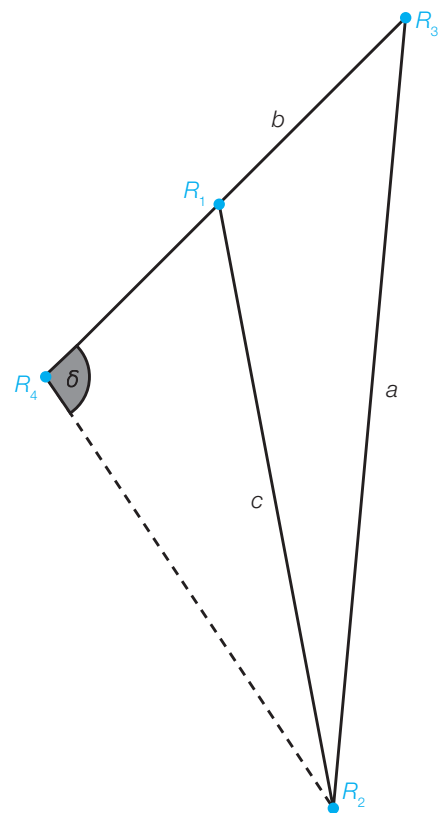


b) Auf einer Karte sind vier Richtfunkstationen

$R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  und  $R_4$  eingezeichnet

(siehe nebenstehende Abbildung).

- Dokumentieren Sie, wie man aus den bekannten Richtfunkstrecken  $a$ ,  $b$  und  $c$  sowie dem Winkel  $\delta$  die Länge der Richtfunkstrecke zwischen  $R_2$  und  $R_4$  berechnen kann.



c) Der Antennengewinn-Faktor  $G$  ist ein Maß für die Verstärkung einer Antenne.

$$G = \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \cdot A \cdot \eta$$

$\eta$  ... dimensionsloser Parameter

$A$  ... Antennenfläche in  $\text{m}^2$

$\lambda$  ... Wellenlänge in m

$G$  ... Antennengewinn-Faktor

- Geben Sie an, um welchen Faktor sich  $G$  verändert, wenn  $\lambda$  verdoppelt wird.

Für den Antennengewinn  $g$  in Dezibel (dB) gilt:

$$G = 10^{\frac{g}{10}}$$

- Zeigen Sie mithilfe der Logarithmusrechenregeln, dass eine Verdoppelung von  $G$  eine Erhöhung von  $g$  um rund 3 dB hervorruft.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a) Gerade a:  $X = \begin{pmatrix} -50 \\ -40 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix}$

Berechnung des Schnittpunkts der beiden Richtstrahlen:

$$\begin{pmatrix} -50 \\ -40 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 15,5 \\ 10 \\ 45 \end{pmatrix}$$

Gleichungssystem:

I:  $-50 + 16 \cdot s = 15 + 15,5 \cdot t$

II:  $-40 + 12 \cdot s = 12 + 10 \cdot t$

III:  $15 \cdot s = 45 \cdot t$

I:  $16 \cdot s - 15,5 \cdot t = 65$

II:  $12 \cdot s - 10 \cdot t = 52$

III:  $15 \cdot s - 45 \cdot t = 0$

Ermitteln von  $s$  und  $t$  aus I und II:  $s = 6, t = 2$

Einsetzen in III:  $15 \cdot 6 - 45 \cdot 2 = 0$

$S = (46|32|90)$

$$\cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 16 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15,5 \\ 10 \\ 45 \end{pmatrix}}{\sqrt{16^2 + 12^2 + 15^2} \cdot \sqrt{15,5^2 + 10^2 + 45^2}}$$

$\alpha = 30,925 \dots^\circ$

- b) Man berechnet zuerst den Winkel  $\alpha$  mithilfe des Cosinussatzes:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c}\right)$$

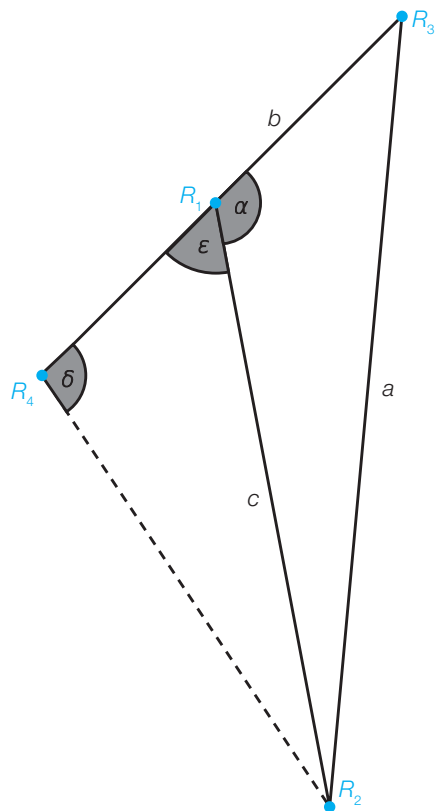
Anschließend berechnet man den Winkel  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = 180^\circ - \alpha$$

Dann berechnet man die gesuchte Seite mithilfe des Sinussatzes:

$$\frac{c}{\sin(\delta)} = \frac{\overline{R_2 R_4}}{\sin(\varepsilon)}$$

$$\overline{R_2 R_4} = \frac{c \cdot \sin(\varepsilon)}{\sin(\delta)}$$



- c) Wenn die Wellenlänge  $\lambda$  verdoppelt wird, beträgt  $G$  nur noch ein Viertel des ursprünglichen Wertes.

$$G = 10^{\frac{g}{10}}$$

$$\lg(G) = \frac{g}{10}$$

$$10 \cdot \lg(G) = g$$

Für eine Verdoppelung von  $G$  gilt:

$$g_{\text{neu}} = 10 \cdot \lg(2 \cdot G) = 10 \cdot \underbrace{\lg(2)}_{= 3,010...} + 10 \cdot \underbrace{\lg(G)}_{= g} \approx 3 + g$$

# Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

## Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

## Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) —
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

## Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

## Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 2
- c) 2

**Thema:** Nachrichtentechnik

**Quellen:** —