

Puppenrutsche*

Aufgabennummer: B_373

Technologieeinsatz:

möglich ☐

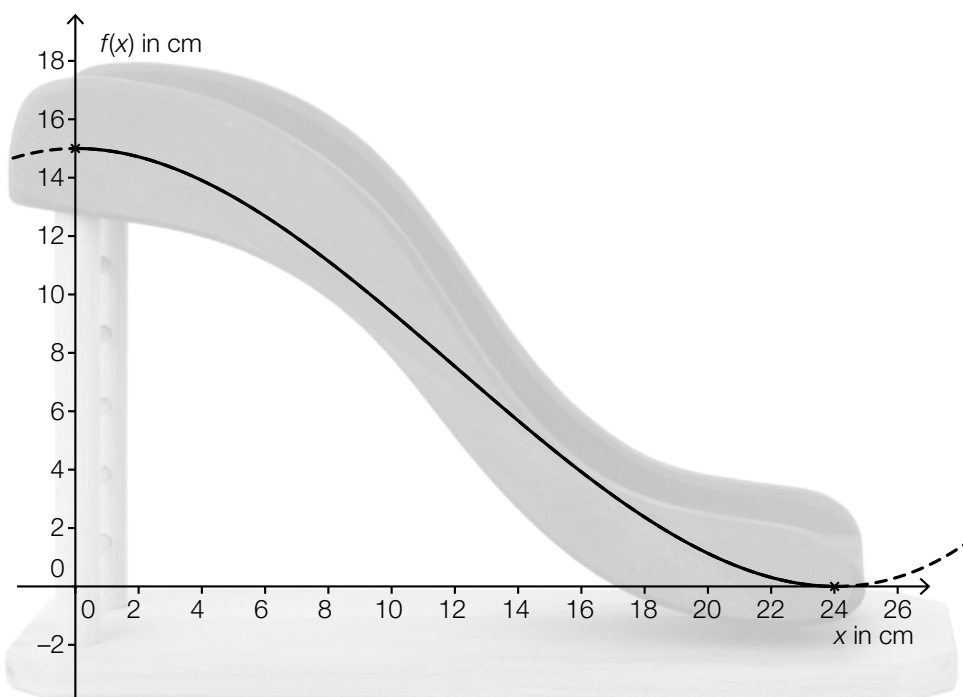
erforderlich ☒

- a) In der unten stehenden Abbildung ist eine Puppenrutsche dargestellt. Das seitliche Profil dieser Puppenrutsche kann annähernd durch eine Polynomfunktion 3. Grades f modelliert werden:

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 24$$

$x, f(x)$... Koordinaten in cm

Der Graph der Funktion f hat an den Stellen $x = 0$ und $x = 24$ jeweils eine horizontale Tangente.



Bildquelle: <http://www.spielzeug-truhe.de/artikel-277.htm> [01.12.2014] (adaptiert).

- 1) Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion berechnet werden können.

- b) Das seitliche Profil einer anderen Spielzeugrutsche kann durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden:

$$g(x) = \frac{1}{108} \cdot (x^3 - 18 \cdot x^2 + 864) \text{ mit } 0 \leq x \leq 12$$

$x, g(x)$... Koordinaten in cm

- 1) Berechnen Sie diejenige Stelle, an der die Rutsche am steilsten ist.
- 2) Begründen Sie allgemein, warum der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben kann.

Möglicher Lösungsweg

a1) I: $f(0) = 15$

II: $f(24) = 0$

III: $f'(0) = 0$

IV: $f'(24) = 0$

oder:

I: $d = 15$

II: $a \cdot 24^3 + b \cdot 24^2 + c \cdot 24 + d = 0$

III: $c = 0$

IV: $3 \cdot a \cdot 24^2 + 2 \cdot b \cdot 24 + c = 0$

b1) Berechnung der Wendestelle:

Lösen der Gleichung: $g''(x_0) = 0$

$x_0 = 6 \text{ cm}$

b2) Die 1. Ableitung einer Polynomfunktion 3. Grades ist eine quadratische Funktion. Die Extremstellen der Polynomfunktion 3. Grades entsprechen den Nullstellen der 1. Ableitung. Eine quadratische Funktion hat höchstens 2 Nullstellen. Daher kann die Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Aufstellen von Gleichung I und II

1 × A2: für das richtige Aufstellen von Gleichung III und IV

b1) 1 × A: für den richtigen Ansatz

b2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wendestelle

1 × D: für die richtige Begründung