

Computer

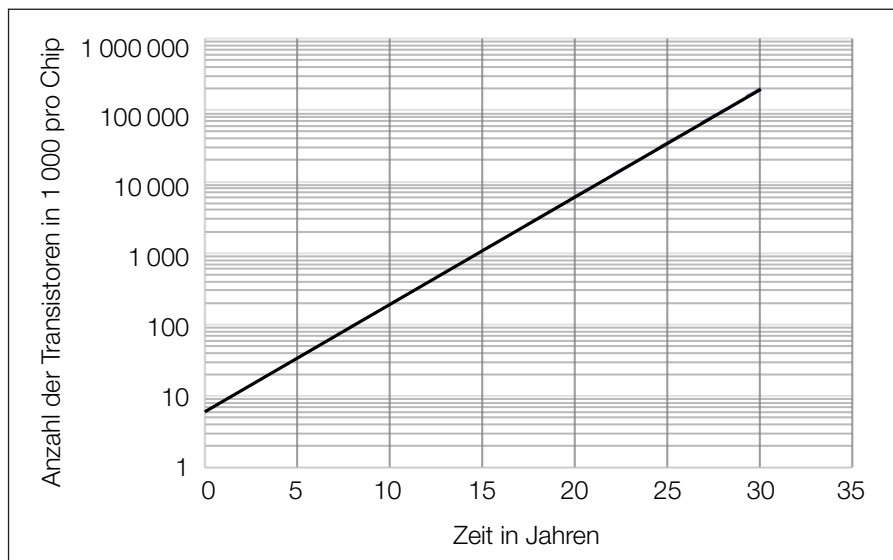
Aufgabennummer: B_370

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Das Moore'sche Gesetz beschreibt die Zunahme der Anzahl an Transistoren pro Chip in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren (siehe nachstehende Grafik). Für das Jahr 1974 wird die Zeit $t = 0$ Jahre festgelegt.



- Lesen Sie aus der obigen Grafik ab, nach wie vielen Jahren die Anzahl der Transistoren pro Chip erstmals 3 000 000 erreicht hat.

Für die Gleichung der in der Grafik veranschaulichten Funktion gilt:

$$y(t) = y_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

t ... Zeit in Jahren

$y(t)$... Anzahl der Transistoren in 1 000 Stück pro Chip

- Ermitteln Sie die Parameter y_0 und λ mithilfe der Grafik.

- b) – Weisen Sie nach, dass eine Funktion mit der Gleichung $y = a \cdot b^x$ in einem Koordinatensystem mit logarithmischer Skalierung der y -Achse als Gerade dargestellt wird.

- c) Ein Unternehmen produziert Bauteile für Computer. Die Gesamtkosten pro Tag für x produzierte ME können durch eine Polynomfunktion 3. Grades beschrieben werden.

$$K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

x ... pro Tag produzierte Bauteile in ME

$K(x)$... Gesamtkosten pro Tag bei x produzierten ME in Euro

Folgende Wertepaare sind bekannt:

x in ME	0	40	60
$K(x)$ in GE	12 000	27 520	30 720

Weiters ist bekannt, dass die Grenzkosten $K'(x)$ bei einer Produktion von 50 ME 157 GE/ME betragen.

- Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a , b , c und d auf.
 - Berechnen Sie die Koeffizienten a , b , c und d .
 - Berechnen Sie die Stelle des Minimums der Grenzkostenfunktion.
 - Interpretieren Sie die Bedeutung dieser Stelle im gegebenen Sachzusammenhang.
- d) Die Lebensdauer einer Sorte Akkus ist annähernd normalverteilt. Eine Stichprobe des Umfangs $n = 8$ hat den Stichprobenmittelwert $\bar{x} = 1\,005$ Ladezyklen und die Stichprobenstandardabweichung $s_{n-1} = 48$ Ladezyklen.
- Ermitteln Sie das zweiseitige Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ der Lebensdauer mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Nach etwa 18 Jahren ist die Anzahl an Transistoren pro Chip auf 3 000 000 angewachsen. Das entspricht dem Jahr 1992.

Ablesen von 2 Funktionswerten, z. B. $y(0) = 6$, $y(30) = 200\,000$

$$y_0 = 6$$

$$200\,000 = 6 \cdot e^{30 \cdot \lambda}$$

$$\ln\left(\frac{200\,000}{6}\right) = 30 \cdot \lambda$$

$$\lambda = 0,347\dots$$

$$y(t) = 6 \cdot e^{0,347\dots \cdot t}$$

- b) $y = a \cdot b^x$

$$\lg(y) = \lg(a) + x \cdot \lg(b)$$

Diese Form entspricht einer Geraden, wenn die y -Achse logarithmisch skaliert ist.

- c) $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$$K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$\text{I: } K(0) = 12\,000 \Rightarrow 12\,000 = d$$

$$\text{II: } K(40) = 27\,520 \Rightarrow 40^3 \cdot a + 40^2 \cdot b + 40 \cdot c + d = 27\,520$$

$$\text{III: } K(60) = 30\,720 \Rightarrow 60^3 \cdot a + 60^2 \cdot b + 60 \cdot c + d = 30\,720$$

$$\text{IV: } K'(50) = 157 \Rightarrow 3 \cdot 50^2 \cdot a + 2 \cdot 50 \cdot b + c = 157$$

$$K(x) = 0,03 \cdot x^3 - 6,8 \cdot x^2 + 612 \cdot x + 12\,000$$

Berechnung der Minimumstelle:

$$K'(x) = 0,09 \cdot x^2 - 13,6 \cdot x + 612$$

$$K''(x) = 0,18 \cdot x - 13,6$$

$$0,18 \cdot x - 13,6 = 0$$

$$x = 75,555\dots$$

Bei rund 75,56 produzierten ME ist der Kostenanstieg bei einer zusätzlich produzierten ME am geringsten.

- d) Zweiseitigen 99-%-Vertrauensbereich mithilfe der t -Verteilung bestimmen:

$$1\,005 \pm t_{f; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{48}{\sqrt{8}}$$

$$n = 8 \Rightarrow f = 7$$

$$t_{7; 0,995} = 3,499\dots$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich für μ :

[945,61... ; 1064,38...] (Intervallgrenzen gerundet)

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) A Modellieren und Transferieren, C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) schwer
- b) schwer
- c) mittel
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 1
- c) 4
- d) 1

Thema: Sonstiges

Quelle: www.computerbild.de/artikel/cb-Ratgeber-Kurse-Wissen-Prozessor-CPU-2999823.html