

Elektronische Geräte

Aufgabennummer: B_367

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Für die Herstellung eines bestimmten elektronischen Geräts benötigt man die Bausteine B_1 , B_2 und B_3 . Daraus werden eine Platine Z als Zwischenprodukt und 2 Geräte E_1 und E_2 als Endprodukte hergestellt. Zusätzlich erfüllt das Unternehmen die direkte Nachfrage nach Bausteinen B_2 und B_3 sowie dem Zwischenprodukt Z .

Die Matrix $\mathbf{A}$ beschreibt die Produktionsverflechtung zwischen den Bausteinen, dem Zwischenprodukt und den Endprodukten. Der Produktionsvektor $\vec{x}$ beschreibt die benötigten Mengen an Bausteinen, Zwischenprodukten und Endprodukten. (Alle Angaben in Stück.)

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} B_1 & B_2 & B_3 & Z & E_1 & E_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ Z \\ E_1 \\ E_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}; \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 32000 \\ 51000 \\ 23000 \\ 1600 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$$

- a) – Erklären Sie, was die Zahlen in der 2. Zeile der Matrix $\mathbf{A}$ im gegebenen Sachzusammenhang bedeuten.
- Veranschaulichen Sie die in Matrix $\mathbf{A}$ beschriebene Produktionsverflechtung durch einen Gozinto-Graphen.
- b) – Berechnen Sie, welche Mengen an Bausteinen, Zwischenprodukten und Endprodukten direkt nachgefragt werden.

Die direkte Nachfrage nach B_2 und jene nach Z ändern sich: Der Absatz von B_2 wird halbiert, jener von Z vervierfacht, die Matrix $\mathbf{A}$ bleibt gleich.

- Berechnen Sie den neuen Produktionsvektor $\vec{x}_2$.
- Beschreiben Sie die Veränderung der Produktionsmengen, die sich durch die geänderte Nachfrage ergibt.

- c) B_1 kostet 0,90 €/Stück, B_2 0,70 €/Stück und B_3 0,80 €/Stück.

- Erstellen Sie den Vektor $\vec{r}$, der den Bedarf an den Bausteinen B_1 , B_2 und B_3 für die Herstellung einer Platine Z beschreibt.
- Berechnen Sie die gesamten Kosten für die Bausteine, die bei der Herstellung einer Platine anfallen.

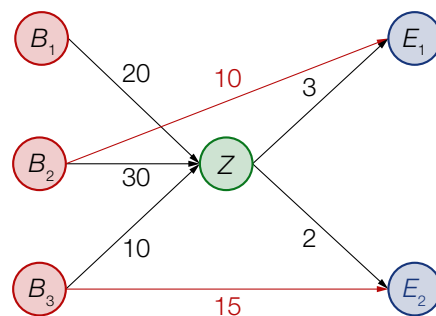
Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Die Nullen in den ersten 3 Spalten der 2. Zeile der Matrix $\mathbf{A}$ beschreiben, dass der Baustein B_2 mit sich selbst und mit den anderen Bausteinen nicht in Beziehung steht. In der 4. Spalte der 2. Zeile findet man die Menge der Bausteine B_2 , die für die Herstellung einer Platine Z benötigt werden. In der 5. Spalte findet man die Anzahl der Bausteine B_2 , die für die Herstellung eines Geräts E_1 benötigt wird. Die 6. Spalte sagt aus, dass B_2 nicht im Gerät E_2 eingesetzt wird.

GoZinto-Graph:



b) $\vec{n} = \vec{x} - \mathbf{A} \cdot \vec{x}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 32000 \\ 51000 \\ 23000 \\ 1600 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 32000 \\ 51000 \\ 23000 \\ 1600 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1000 \\ 2500 \\ 400 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$$

Es werden 1 000 Stück der Bausteine B_2 , 2 500 Stück von B_3 , 400 Stück Platinen Z und 200 Geräte E_1 sowie 300 Geräte E_2 von dieser Produktion direkt nachgefragt.

Die Änderung des Nachfragevektors ergibt mit $\vec{x} = \mathbf{A} \cdot \vec{x} - \vec{n}$ das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x_1 &= 20 \cdot x_4 \\ x_2 &= 30 \cdot x_4 + 10 \cdot x_5 + 500 \\ x_3 &= 10 \cdot x_4 + 15 \cdot x_6 + 2500 \\ x_4 &= 3 \cdot x_5 + 2 \cdot x_6 + 1600 \\ x_5 &= 200 \\ x_6 &= 300 \end{aligned}$$

Die Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz ergibt die Komponenten des neuen Produktionsvektors:

$$x_1 = 56000; \quad x_2 = 86500; \quad x_3 = 35000; \quad x_4 = 2800; \quad x_5 = 200; \quad x_6 = 300$$

Alternativer Lösungsweg mit der inversen Matrix:

$$\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 500 \\ 2500 \\ 1600 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}_2 = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 500 \\ 2500 \\ 1600 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 56000 \\ 86500 \\ 35000 \\ 2800 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$$

- c) Nur die Anzahl der beiden Geräte E_1 und E_2 ändert sich nicht, alle übrigen Produktionsmengen müssen erhöht werden: B_1 um 24 000 Stück, B_2 um 35 500 Stück, B_3 um 12 000 Stück und Z um 1 200 Stück.

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{gesamte Kosten: } (0,9 \quad 0,7 \quad 0,8) \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} = 47$$

Die Bausteine für die Herstellung einer Platine kosten insgesamt € 47.

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren, C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) schwer
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 4
- c) 2

Thema: Wirtschaft

Quellen: —