

Drohnen

Aufgabennummer: B_362

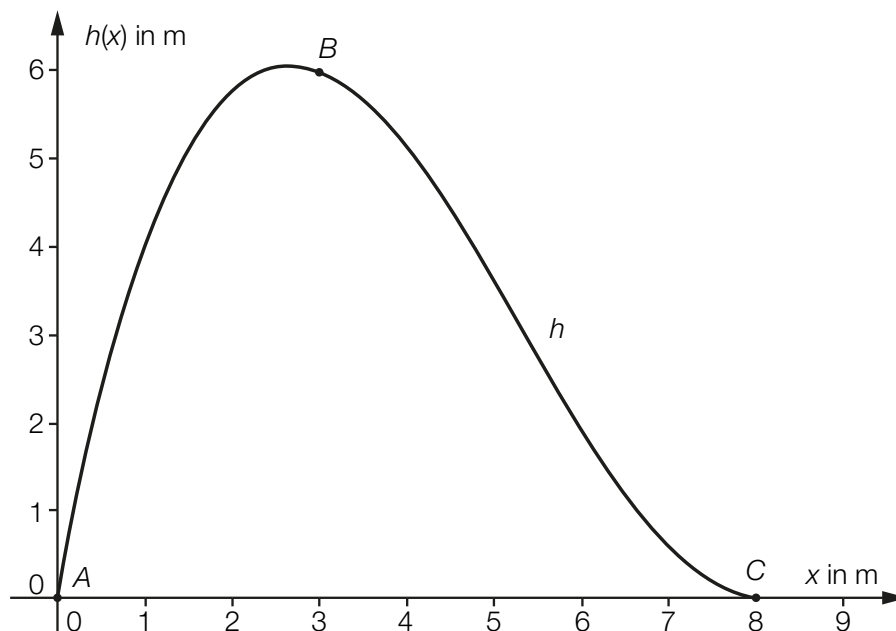
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Unter einer *Drohne* versteht man ein unbemanntes Luftfahrzeug, das entweder durch einen Computer an Bord oder vom Boden aus über eine Fernsteuerung betrieben wird.

a) Die nachstehende Abbildung zeigt die Flugbahn einer Drohne.



x ... horizontale Entfernung vom Startpunkt A in m
 $h(x)$... Höhe der Drohne in der Entfernung x in m

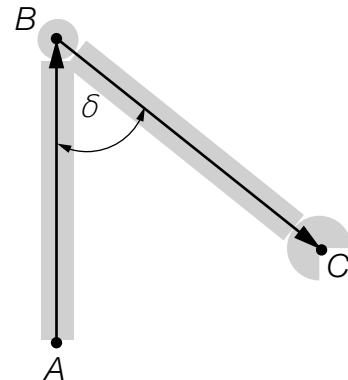
Die Flugbahn der Drohne lässt sich näherungsweise durch eine Polynomfunktion h dritten Grades beschreiben. Die Flugbahn verläuft durch den Punkt B und erreicht ein Minimum im Punkt C.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem, das zur Berechnung der Koeffizienten der Polynomfunktion benötigt wird.
- Ermitteln Sie eine Gleichung der Polynomfunktion.
- Berechnen Sie die Länge der Flugbahn zwischen A und C.

- b) Bei der Fertigung von Drohnen werden Roboterarme eingesetzt.

Ein zweiteiliger Arm eines Roboters lässt sich am Computer durch zwei Vektoren beschreiben, die durch die Punkte $A = (1|1|1)$, $B = (3|4|5)$ und $C = (5|2|-1)$ festgelegt sind (Maße in m).

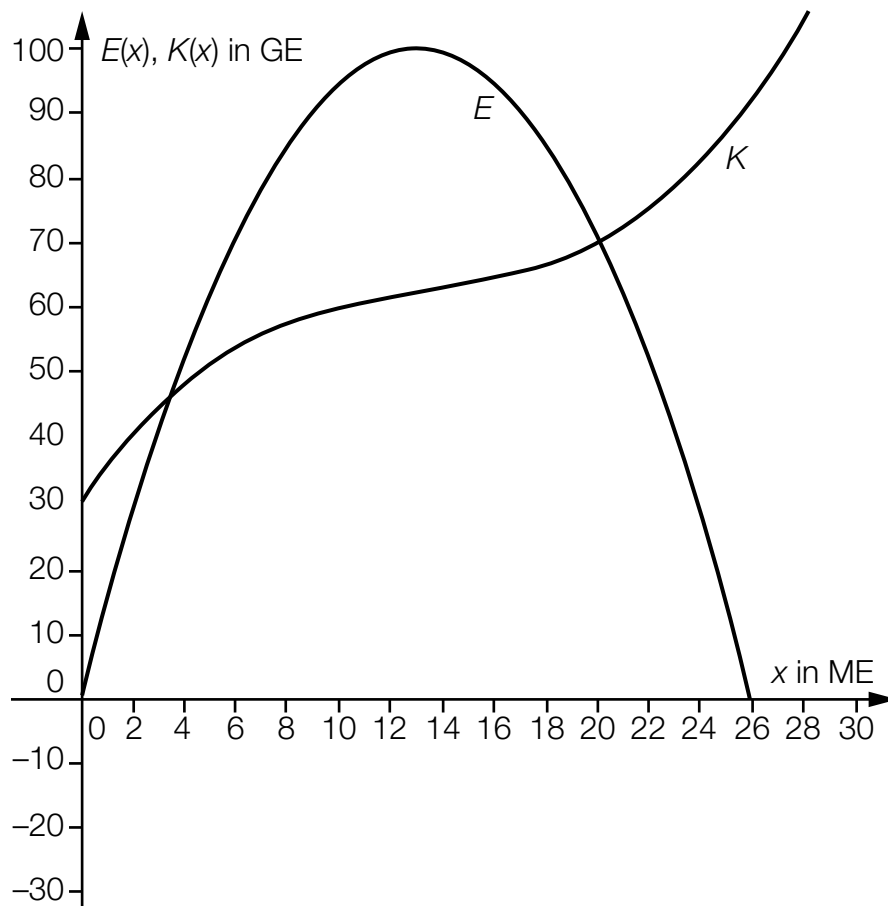
- Berechnen Sie den Winkel δ zwischen den beiden Roboterarmen.



- c) Für eine Drohne werden Kondensatoren mit einer bestimmten Kapazität benötigt. Die Kapazitäten sind annähernd normalverteilt mit der Standardabweichung $\sigma = 1,2$ Mikrofara (µF). Aus einer Lieferung werden 30 Kondensatoren entnommen. Die Messungen der Kapazitäten ergaben den Mittelwert $\bar{x} = 12$ µF.

- Ermitteln Sie das zweiseitige 95-%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ der Kapazität.
- Begründen Sie, warum sich die Breite des 95-%-Konfidenzintervalls halbiert, wenn der Stichprobenumfang vervierfacht wird.

- d) Ein Unternehmen produziert Drohnen. Die anfallenden Kosten werden durch die Kostenfunktion K in Abhängigkeit von der produzierten Menge x beschrieben. Der durch den Verkauf dieser Drohnen entstehende Erlös in Abhängigkeit von der abgesetzten Menge wird durch die Erlösfunktion E beschrieben (siehe nachstehende Grafik).



- Schätzen Sie mithilfe der Grafik den maximalen Gewinn ab.
- Zeichnen Sie in der Grafik näherungsweise den Graphen der Gewinnfunktion G ein.
- Kennzeichnen Sie in der Grafik die Gewinnschwelle und die obere Gewinnngrenze.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

$$\begin{aligned} \text{a) } h(x) &= a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \\ h'(x) &= 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c \end{aligned}$$

$$B = (3|6) \quad C = (8|0)$$

$$\text{I: } h(0) = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$\text{II: } h(3) = 6 \Rightarrow 27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = 6$$

$$\text{III: } h(8) = 0 \Rightarrow 512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + d = 0$$

$$\text{IV: } h'(8) = 0 \Rightarrow 192 \cdot a + 16 \cdot b + c = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{2}{25}, \quad b = -\frac{32}{25}, \quad c = \frac{128}{25}, \quad d = 0$$

$$h(x) = \frac{2}{25} \cdot x^3 - \frac{32}{25} \cdot x^2 + \frac{128}{25} \cdot x$$

Berechnung der Weglänge s:

$$h'(x) = \frac{6}{25} \cdot x^2 - \frac{64}{25} \cdot x + \frac{128}{25}$$

$$s = \int_0^8 \sqrt{1 + \left(\frac{6}{25} \cdot x^2 - \frac{64}{25} \cdot x + \frac{128}{25} \right)^2} dx$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$s = 15,245... \text{ m}$$

$$\text{b) } \cos(\delta) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|}$$

$$\delta = \arccos\left(\frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|}\right)$$

$$\delta = \arccos\left(\frac{\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}}{\sqrt{29} \cdot 2 \cdot \sqrt{11}}\right)$$

$$\delta = 43,292...^\circ \approx 43,29^\circ$$

c) Zweiseitiges 95%-Konfidenzintervall mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$12 \pm z_{0,975} \cdot \frac{1,2}{\sqrt{30}}$$

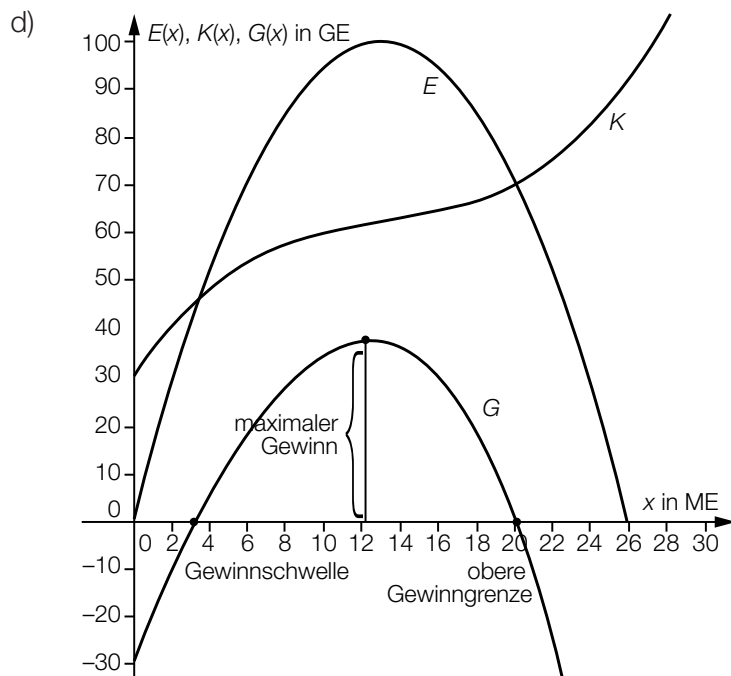
$$z_{0,975} = 1,959...$$

Daraus ergibt sich folgendes Konfidenzintervall für μ in μF :

[11,57; 12,43] (Intervallgrenzen gerundet)

Eine Vervielfachung der Stichprobenumfangs n bedeutet:

$$\text{Breite}_{\text{neu}} = z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{4 \cdot n}} = z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\text{Breite}_{\text{alt}}}{2}$$



Der maximale Gewinn beträgt rund 38 GE.

Ablesetoleranz: [35; 40]

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mit den Punkten (u)
1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichung mit der Minimumstelle (u)
1 × B1: für das richtige Lösen des Gleichungssystems (a)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Weglänge (a)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels (u)
1 × B: für die richtige Berechnung des Betrags des Drehmoments (a)
- c) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Konfidenzintervalls (u)
1 × D: für den richtigen Nachweis (u)
- d) 1 × C1: für die richtige Schätzung des maximalen Gewinns im Intervall [35; 40] (u)
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Gewinnfunktion (u)
1 × C2: für das richtige Kennzeichnen der Gewinnschwelle und der oberen Gewinnngrenze (u)

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 5 Stochastik
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) D Argumentieren und Kommunizieren
- d) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) mittel
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 2
- c) 2
- d) 3

Thema: Sonstiges

Quellen: —