

Motorbootrennen (2)*

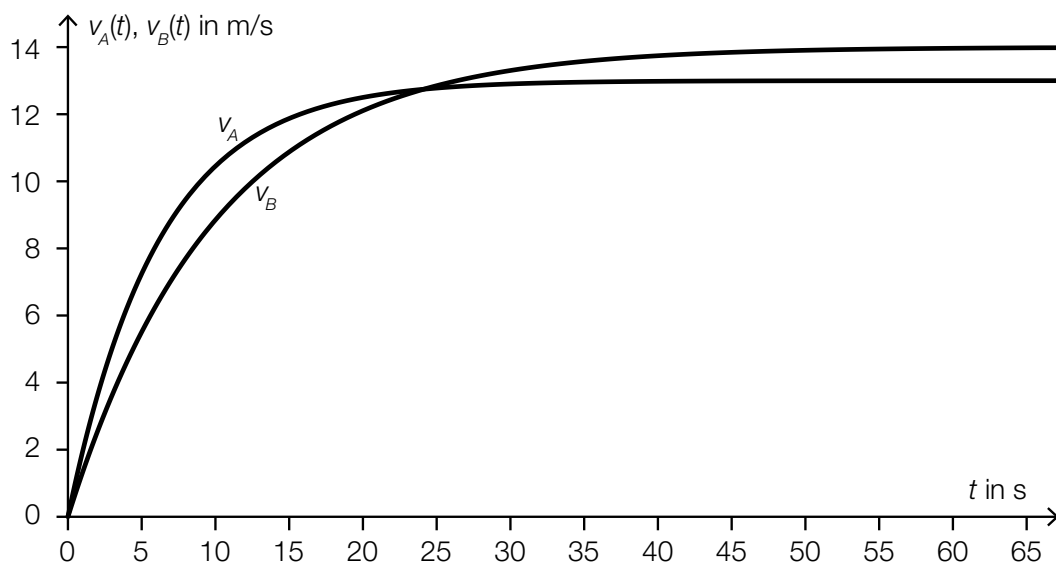
Aufgabennummer: B_360

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

In der nachstehenden Abbildung ist das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm zweier Motorboote A und B während einer Wettfahrt modellhaft dargestellt.



a) Für die Funktion v_B gilt:

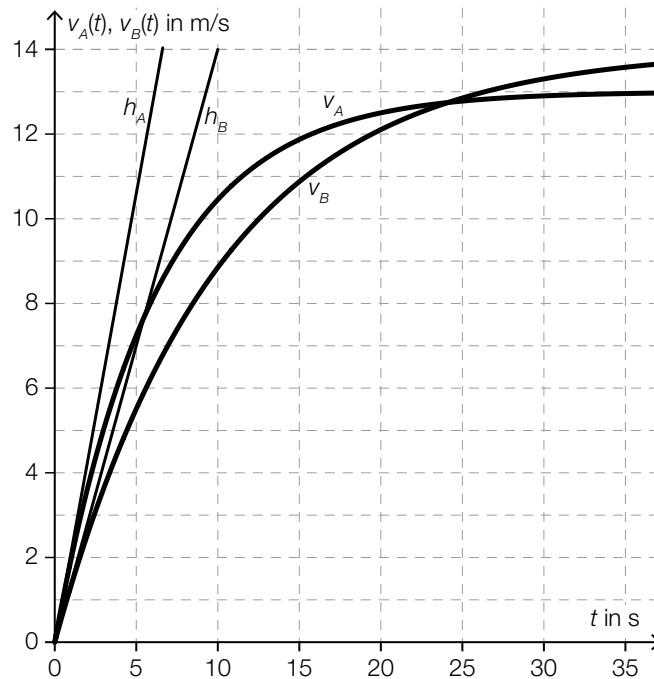
$$v_B(t) = 14 \cdot (1 - e^{-0,1 \cdot t}) \text{ mit } t \geq 0$$

t ... Zeit in s

$v_B(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

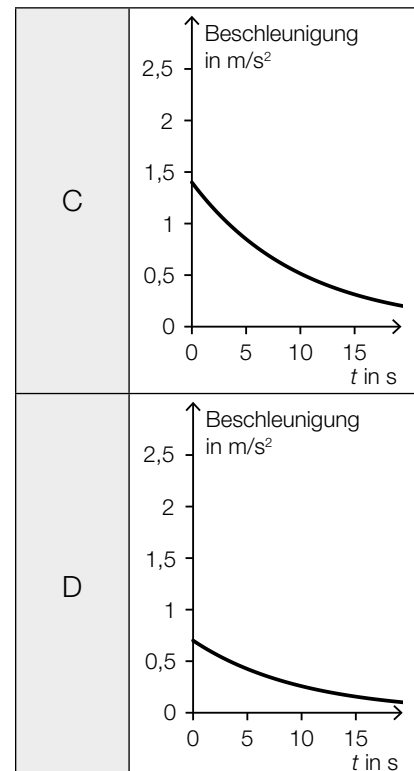
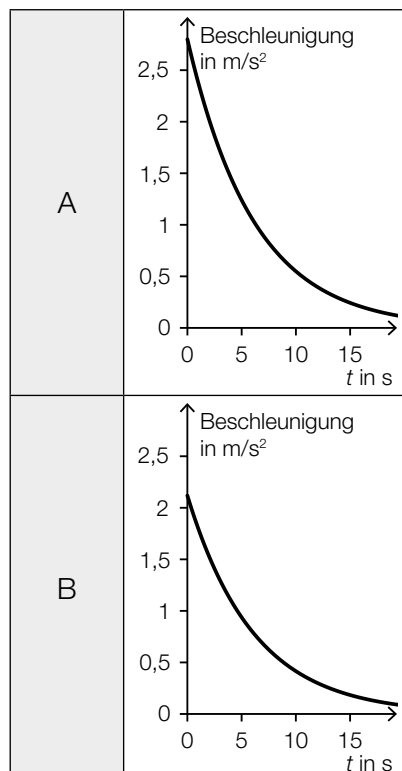
- 1) Ermitteln Sie, um wie viel Prozent die Beschleunigung des Bootes pro Sekunde abnimmt.

- b) Die nachstehende Abbildung zeigt die Tangenten h_A und h_B an die Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktionen zur Zeit $t = 0$.



- 1) Interpretieren Sie die Steigung der Tangente h_A im gegebenen Sachzusammenhang.
- 2) Ordnen Sie den beiden Ableitungsfunktionen $\frac{dv_A}{dt}$ und $\frac{dv_B}{dt}$ jeweils die entsprechende Grafik aus A bis D zu. [2 zu 4]

$\frac{dv_A}{dt}$	
$\frac{dv_B}{dt}$	



- c) Eine Funktionsgleichung der in der obigen Abbildung dargestellten Funktion v_B für das Motorboot B lautet:

$$v_B(t) = 14 \cdot (1 - e^{-0,1 \cdot t}) \text{ mit } t \geq 0$$

t ... Zeit in s

$v_B(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

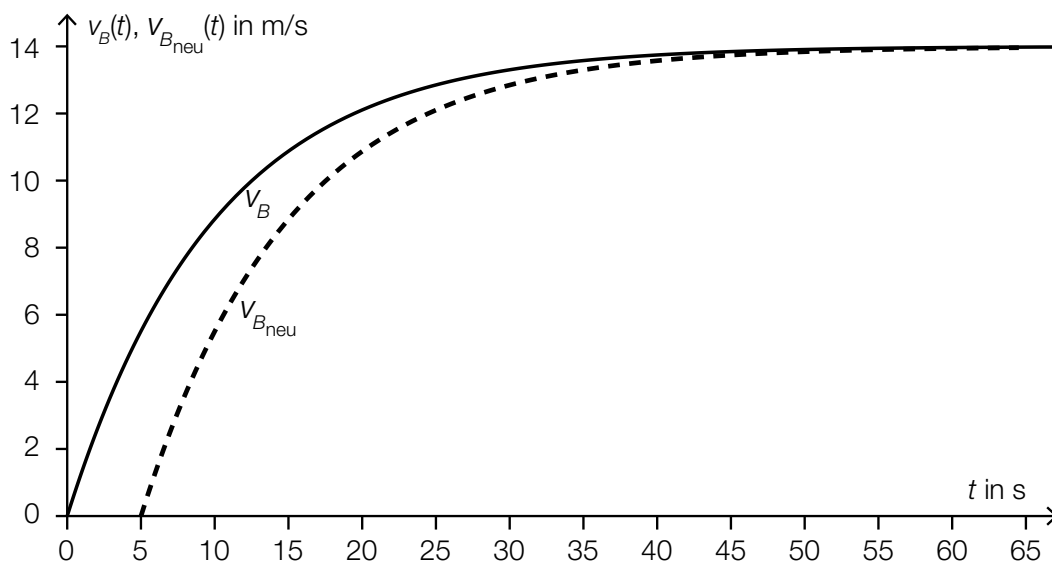
- 1) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit des Motorboots B während der ersten 30 Sekunden.
- 2) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung desjenigen Weges s , den das Motorboot B in den ersten n Sekunden zurücklegt.

$s =$ _____

Nach einer Fahrt von 700 m überholt das Motorboot B das Motorboot A .

- 3) Berechnen Sie den Zeitpunkt dieses Überholens.

In der nachstehenden Abbildung beschreibt der Graph der Funktion $v_{B_{\text{neu}}}$ den Fall, dass das Motorboot B um 5 Sekunden später startet (bei sonst unverändertem Geschwindigkeitsverlauf).



- 4) Erstellen Sie ausgehend von der Funktion v_B eine Gleichung der Funktion $v_{B_{\text{neu}}}$.

Möglicher Lösungsweg

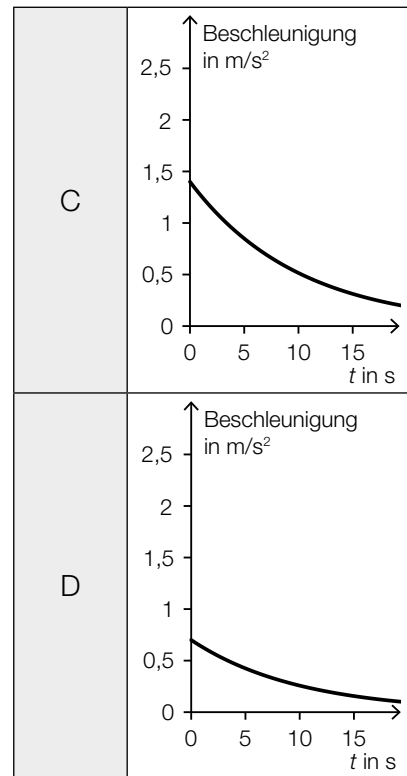
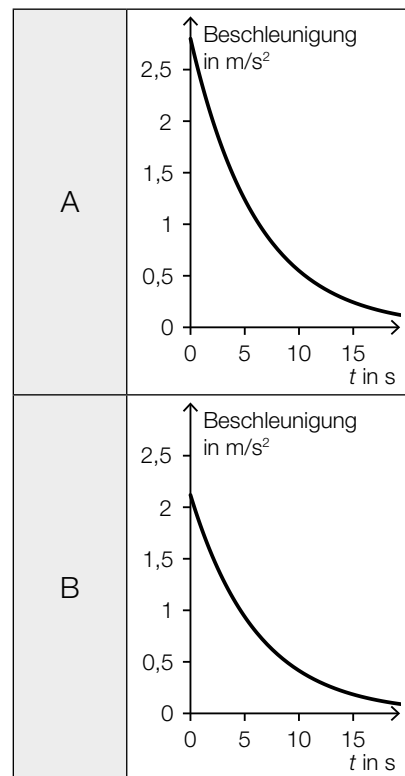
a1) $v_B'(t) = 1,4 \cdot e^{-0,1 \cdot t} = 1,4 \cdot 0,9048...^t$

Pro Sekunde nimmt die Beschleunigung in Bezug auf den jeweils vorigen Wert um rund 9,5 % ab.

b1) Die Steigung der Tangente h_A gibt die Beschleunigung des Motorboots A zum Zeitpunkt $t = 0$ an.

b2)

$\frac{dv_A}{dt}$	B
$\frac{dv_B}{dt}$	C



c1) $\frac{1}{30} \cdot \int_0^{30} v_B(t) dt = 9,56...$

Die mittlere Geschwindigkeit während der ersten 30 Sekunden beträgt rund 9,6 m/s.

c2) $s = \int_0^n v_B(t) dt$

c3) $700 = \int_0^n v_B(t) dt$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 59,9...$

Das Motorboot B überholt das Motorboot A nach rund 60 Sekunden.

c4) $v_{B_{neu}}(t) = 14 \cdot (1 - e^{-0,1 \cdot (t-5)})$

oder:

$v_{B_{neu}}(t) = v_B(t - 5)$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes
- b) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Steigung der Tangente h_A im gegebenen Sachzusammenhang
1 × C2: für die richtige Zuordnung
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung der mittleren Geschwindigkeit
1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des zurückgelegten Weges
1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts des Überholens
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion $v_{B_{\text{neu}}}$