

Plexiglasprismen

Aufgabennummer: B_358

Technologieeinsatz:

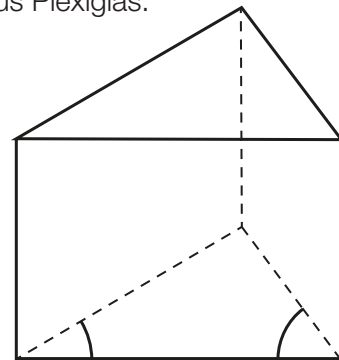
möglich ☐

erforderlich ☒

Eine Maschine produziert Prismen mit dreieckiger Grundfläche aus Plexiglas.

- a) Von den Prismen sind von der Grundfläche die Maße $c = 9 \text{ cm}$, $a = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 25^\circ$ bekannt (siehe nebenstehende Skizze).

- Begründen Sie, warum mit diesen 3 Angaben das Dreieck nicht eindeutig bestimmt ist.
- Berechnen Sie die Flächeninhalt A der Grundfläche unter der Annahme, dass der Winkel $\beta < 90^\circ$ ist.



- b) Die Masse der Prismen kann als normalverteilt angenommen werden. Für eine Stichprobe des Umfangs $n = 7$ wurden die folgenden Messwerte ermittelt.

Masse in Gramm (g)	285,2	283,7	285,2	281,4	282,6	282,3	283,3
--------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Ermitteln Sie das zweiseitige 95-%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ der Massen der Prismen.

- c) Die Intensität I_0 des in das Prisma eintretenden Lichts nimmt mit der Eindringtiefe x exponentiell ab. Nach Durchdringen einer Schicht von 1 cm Dicke ist die Lichtintensität auf 85 % des ursprünglichen Wertes I_0 geschwächt.

Die Lichtintensität kann in Abhängigkeit von der Eindringtiefe durch eine Funktion I beschrieben werden.

x ... Eindringtiefe in cm

$I(x)$... Lichtintensität in der Eindringtiefe x in %

$I_0 = 100$ % ... Lichtintensität beim Eintritt in das Prisma

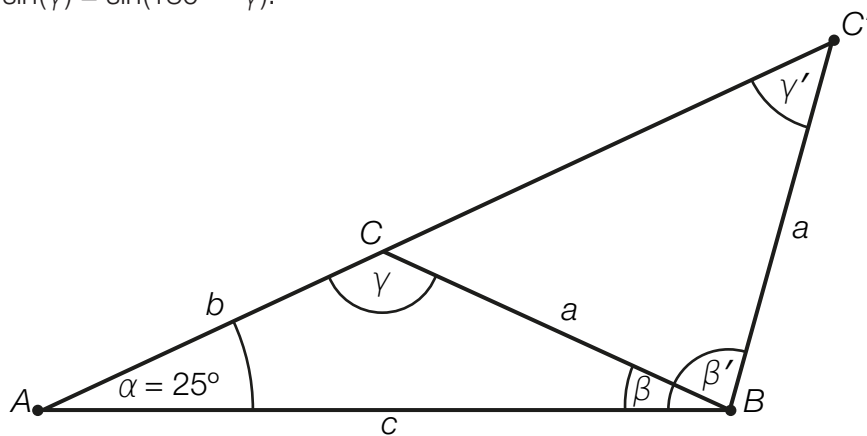
- Stellen Sie eine Gleichung der Funktion I auf.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion I für $0 \leq x \leq 15$.
- Zeigen Sie, dass der Quotient $\frac{I'(x)}{I(x)}$ konstant ist.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Das Dreieck ist nicht eindeutig bestimmt, da die dem Winkel α gegenüberliegende Seite a kürzer als die Seite c ist. Bei Berechnung des Winkels γ mithilfe des Sinussatzes ergeben sich 2 mögliche Lösungen für diesen Winkel, da für $0 \leq \gamma \leq 90^\circ$ gilt:
 $\sin(\gamma) = \sin(180^\circ - \gamma)$.



Den Winkel γ erhält man mithilfe des Sinussatzes: $\sin(\gamma) = c \cdot \frac{\sin(\alpha)}{a}$

$$\gamma' = 49,527...^\circ \quad \text{und} \quad \gamma = 130,472...^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \gamma - 25^\circ = 24,527...^\circ$$

$$A = \frac{a \cdot c \cdot \sin(\beta)}{2} = 9,340... \approx 9,34 \text{ cm}^2$$

- b) Berechnung mittels Technologieeinsatz: $\bar{x} = 283,3857...$, $s_{n-1} = 1,4392...$

Zweiseitiges 95-%-Konfidenzintervall mithilfe der t -Verteilung bestimmen:

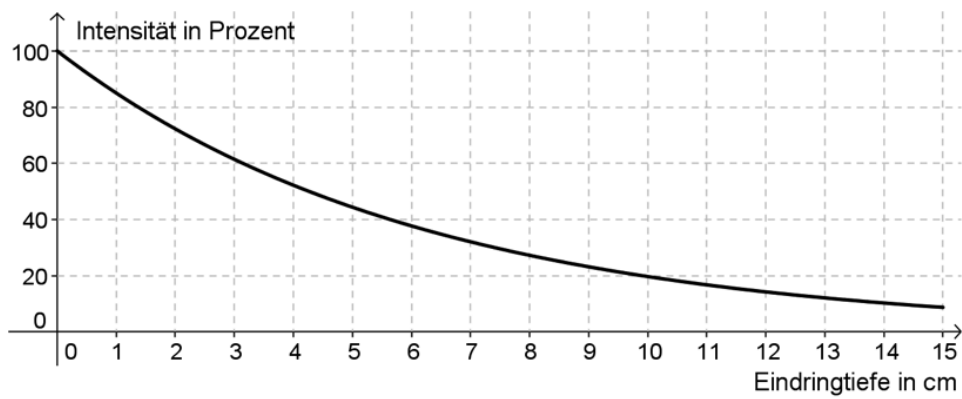
$$\bar{x} \pm t_{f; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

$$n = 7 \Rightarrow f = 6$$

$$t_{6; 0,975} \approx 2,4469...$$

Daraus ergibt sich folgendes Konfidenzintervall für μ in g: [282,0546...; 284,7167...]

c) $I(x) = I_0 \cdot 0,85^x$ oder $I(x) = I_0 \cdot e^{-\lambda \cdot x}$ mit $\lambda = -\ln(0,85) = 0,1625\dots$



$I'(x) = \ln(0,85) \cdot I(x)$, womit $\frac{I'(x)}{I(x)} = \ln(0,85)$ konstant ist.

Klassifikation

☐ Teil A☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 5 Stochastik
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren, B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren, B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 1
- c) 3

Thema: Sonstiges

Quellen: Teile der hier vorliegenden Aufgabe wurden im Rahmen des Itemwriterseminars in Innsbruck im Herbst 2013 als Übungstestaufgabe für den Unterricht zur Vorbereitung für den Teil A der SRDP erstellt.