

Gummibärchen ziehen*

Aufgabennummer: B_354

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Gummibärchen werden in unterschiedlichen Farben hergestellt.

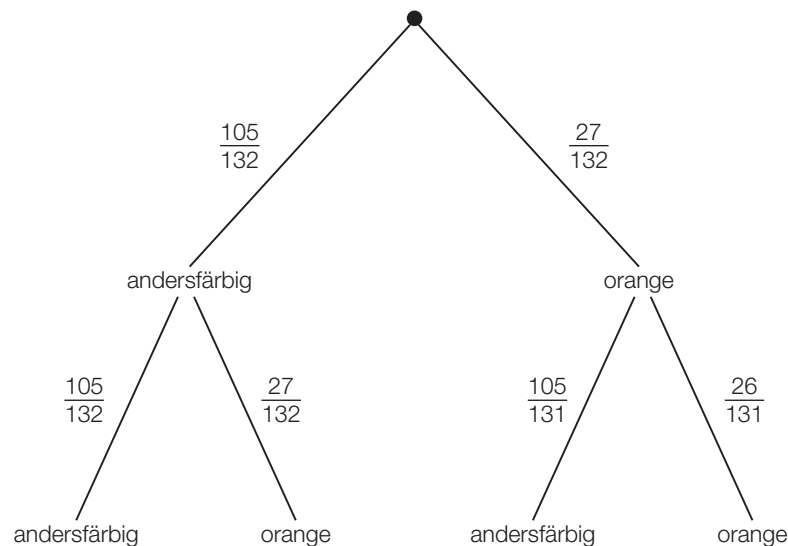
- a) In einer Packung mit insgesamt 132 Gummibärchen sind 27 orangefarbige Gummibärchen. Carina nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus der Packung. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen orangefärbig, wird es sofort gegessen. Ein andersfärbiges Gummibärchen legt sie wieder in die Packung zurück. Das macht sie 2-mal hintereinander.
- Veranschaulichen Sie die möglichen Ausgänge dieses Zufallsexperiments in einem mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Carina 2 orangefarbige Gummibärchen zieht.
- b) Stefan nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus einer Packung, die verschieden-farbige Gummibärchen enthält. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen weiß, legt er es zurück, ist es ein andersfärbiges, wird es sofort gegessen. Das macht er 10-mal hintereinander.
- Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der dabei gezogenen weißen Gummibärchen.
- Erklären Sie, warum dieses Zufallsexperiment nicht durch eine Binomialverteilung be-schrieben werden kann.
- c) Eine kleine Packung Gummibärchen enthält 5 rote Gummibärchen und je 1 grünes, 1 gel-bes und 1 weißes Gummibärchen. Es wird ein Gummibärchen nach dem anderen zufällig aus der Packung genommen und nicht wieder zurückgelegt. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.
- Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der benötigten Züge, bis ein rotes Gummibär-chen gezogen wird.
- Erstellen Sie eine Tabelle, der man die möglichen Werte dieser Zufallsvariablen X und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entnehmen kann.
 - Berechnen Sie den Erwartungswert von X .
 - Interpretieren Sie die Bedeutung des Erwartungswertes im gegebenen Sachzusammen-hang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



$$P(\text{"2 orangefärbige Gummibärchen"}) = \frac{27}{132} \cdot \frac{26}{131} = 0,04059... \approx 4,06 \%$$

b) Die Verwendung der Binomialverteilung setzt voraus, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Versuchsausgangs jeweils konstant bleibt. Bei jedem Zug, bei dem kein weißes Gummibärchen gezogen wird, ändert sich die Gesamtzahl in der Packung und damit die Wahrscheinlichkeit des Versuchsausgangs.

c)

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{56}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{5} = \frac{1}{56}$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{5}{8} + 2 \cdot \frac{15}{56} + 3 \cdot \frac{5}{56} + 4 \cdot \frac{1}{56} = 1,5$$

Der Erwartungswert gibt an, wie viele Züge man im Mittel benötigt, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen in einem mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- b) 1 × D: für die richtige Erklärung
- c) 1 × A: für die richtige und vollständige Angabe der Werte der Zufallsvariablen
1 × B1: für die richtige und vollständige Berechnung der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten
1 × B2: für die richtige Berechnung des Erwartungswertes
1 × C: für die richtige Interpretation des Erwartungswertes im gegebenen Sachzusammenhang