

# Staatseinnahmen und -ausgaben\*

Aufgabennummer: B\_352

Technologieeinsatz:                      möglich ☐                      erforderlich ☒

Die Statistik Austria gibt u. a. Auskunft über die Einnahmen und Ausgaben des Staates Österreich (vgl. Statistik Austria: Struktur der Einnahmen und Ausgaben des Staates, konsolidiert, Jahresdaten – erstellt am 30.09.2013).

- a) Die folgende Tabelle gibt die Ausgaben des Staates Österreich für den Zeitraum von 2006 bis 2012 in Milliarden Euro an:

| Jahr | Ausgaben in<br>Mrd. Euro |
|------|--------------------------|
| 2006 | 127,293                  |
| 2007 | 133,180                  |
| 2008 | 139,494                  |
| 2009 | 145,333                  |
| 2010 | 150,593                  |
| 2011 | 151,881                  |
| 2012 | 158,735                  |

- Ermitteln Sie mit diesem Datensatz die Gleichung der Regressionsgeraden, die die Ausgaben in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  in Jahren annähert. Wählen Sie  $t = 0$  für das Jahr 2006.
- Beurteilen Sie mithilfe des Korrelationskoeffizienten, ob die Regressionsgerade ein geeignetes Modell darstellt, um die Entwicklung der Ausgaben zu beschreiben.
- Berechnen Sie anhand dieses Modells näherungsweise die Ausgaben im Jahr 2015.

- b) Bei den Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern gab es besonders in den Jahren 2006 bis 2009 große Schwankungen.

Die folgende Tabelle gibt die prozentuelle Veränderung der Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern gegenüber dem jeweiligen Vorjahr an:

| Jahr     | 2006   | 2007    | 2008   | 2009    |
|----------|--------|---------|--------|---------|
| Änderung | +6,0 % | +10,0 % | +8,1 % | –11,1 % |

- Berechnen Sie die mittlere prozentuelle Änderung der Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern pro Jahr für den angegebenen Zeitraum.

- c) Die Vermögenseinkommen auf der Einnahmenseite für die Jahre 1976 bis 2012 können näherungsweise durch die folgende quadratische Funktion  $V$  beschrieben werden:

$$V(t) = -0,0027 \cdot t^2 + 0,1732 \cdot t + 0,8381$$

$t$  ... Anzahl der Jahre ab 1976, d. h., für das Jahr 1976 gilt:  $t = 0$

$V(t)$  ... Vermögenseinkommen im Jahr  $t$  in Milliarden Euro

- Argumentieren Sie anhand der Funktionsgleichung, dass der Graph dieser Funktion einen Hochpunkt hat.
- Ermitteln Sie die Stelle dieses Maximums.
- Berechnen Sie das Integral  $\int_0^{36} V(t) dt$ .
- Interpretieren Sie den Wert dieses Integrals im gegebenen Sachzusammenhang.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Ermitteln der Gleichung der Regressionsgeraden mittels Technologieeinsatz:

$$f(t) = 5,1 \cdot t + 128,5$$

Ermitteln des Korrelationskoeffizienten mittels Technologieeinsatz:  $r \approx 0,992$

Da der Korrelationskoeffizient sehr nahe bei 1 liegt, kann ein starker linearer Zusammenhang vermutet werden.

$$f(9) = 174,39... \approx 174,4$$

Gemäß diesem Modell betragen die Staatsausgaben im Jahr 2015 rund € 174,4 Milliarden.

- b)  $\sqrt[4]{1,06 \cdot 1,1 \cdot 1,081 \cdot 0,889} - 1 = 0,02886... \approx 2,89 \%$

Die mittlere prozentuelle Änderung der Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern pro Jahr beträgt im angegebenen Zeitraum rund +2,89 %.

- c) Da der Koeffizient  $a = -0,0027$  negativ ist, ist der Graph dieser quadratischen Funktion eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitel dieser Parabel ist daher ein Hochpunkt.

$$V'(t) = -0,0054 \cdot t + 0,1732$$

$$V'(t) = 0 \Rightarrow t = 32,07... \approx 32,1$$

$$\text{Berechnung mittels Technologieeinsatz: } \int_0^{36} V(t) dt = 100,4148$$

Dieses Integral beschreibt näherungsweise die Summe der Vermögenseinkommen der Jahre 1976 bis 2012.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsgeraden  
 1 × D: für die richtige Beurteilung mithilfe des Korrelationskoeffizienten  
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Ausgaben im Jahr 2015
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der mittleren prozentuellen Änderung pro Jahr
- c) 1 × D: für die richtige Argumentation anhand der Funktionsgleichung  
 1 × B1: für die richtige Berechnung der Stelle des Maximums  
 1 × B2: für die richtige Berechnung des Integrals  
 1 × C: für die richtige Interpretation des Integrals im gegebenen Sachzusammenhang