

Renovierungskredit*

Aufgabennummer: B_349

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Frau Eberharter muss für die Renovierung ihrer Wohnung einen Kredit in Höhe von € 30.000 aufnehmen. Dazu holt sie verschiedene Angebote von Privatpersonen und von Banken ein. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

- a) Eine Bekannte bietet Frau Eberharter privat einen Kredit in Höhe von € 30.000 zu einem Zinssatz von 2 % p. a. an.

Frau Eberharter soll diesen Kredit folgendermaßen zurückzahlen:

€ 8.000 nach einem Jahr und 2 gleich hohe Raten, eine davon nach 3 Jahren und die andere nach 4 Jahren.

- Stellen Sie diese Zahlungen auf einer Zeitachse dar.
- Berechnen Sie die Ratenhöhe.
- Erklären Sie, warum sich diese Ratenhöhe verringert, wenn beide Raten früher bezahlt werden.

- b) Frau Eberharter recherchiert im Internet Angebote von Banken für Kredite in Höhe von € 30.000 mit einer Laufzeit von 60 Monaten.

Eine Bank bietet einen Kredit mit einer monatlichen Rate in Höhe von € 559,11 bei einem Zinssatz von 4,58 % p. a.

- Ermitteln Sie den zugehörigen äquivalenten Monatszinssatz.
- Überprüfen Sie nachweislich, ob es sich um eine vorschüssige oder eine nachschüssige Ratenzahlung handelt.

* ehemalige Klausuraufgabe

- c) Eine Bank bietet Frau Eberharter einen Kredit in Höhe von € 30.000 an, den sie in 10 nachschüssigen Halbjahresraten in Höhe von je € 3.480 zurückzahlen muss.

Für diesen Kredit kann Frau Eberharter einen Annuitätenzuschuss bei der Landesregierung beantragen, d. h., 10 % jeder Halbjahresrate werden vom Land übernommen.

- Berechnen Sie die Höhe der Halbjahresraten, die Frau Eberharter unter Berücksichtigung des Annuitätenzuschusses bezahlen muss.
- Ermitteln Sie den effektiven Jahreszinssatz, der sich für Frau Eberharter unter Berücksichtigung des Annuitätenzuschusses ergibt.
- Ermitteln Sie die Höhe desjenigen Annuitätenzuschusses in Euro, bei dem sich für Frau Eberharter ein effektiver Jahreszinssatz von null Prozent ergeben würde.

- d) Frau Eberharter vereinbart für einen Kredit mit einer Bank Sonderkonditionen. Die Bank erstellt dazu einen Tilgungsplan. Ein Auszug dieses Tilgungsplans ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 30.000,00
1	€ 660,00	€ –660,00	€ 0,00	€ 30.660,00
2	€ 674,52	€ 0,00	€ 674,52	€ 30.660,00
3	€ 674,52	€ 5.325,48	€ 6.000,00	€ 25.334,52

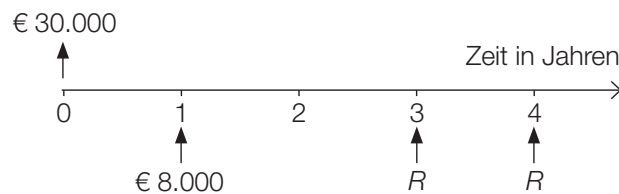
- Interpretieren Sie die Bedeutung der beiden auftretenden Beträge in Höhe von € 0,00 im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a)



$$30\,000 = 8\,000 \cdot 1,02^{-1} + R \cdot 1,02^{-3} + R \cdot 1,02^{-4}$$

$$R = 11\,872,921\dots$$

Die Ratenhöhe beträgt € 11.872,92.

Wenn die Raten früher bezahlt werden, wird die ausstehende Kreditsumme über eine kürzere Zeitspanne verzinst. Daher sind die Raten niedriger.

$$\text{b) } i_{12} = \sqrt[12]{1 + 0,0458} - 1 = 0,0037388\dots$$

Der Monatszinssatz beträgt rund 0,3739 %.

$$q_{12} = 1 + i_{12}$$

$$B_{\text{nach}} = 559,11 \cdot \frac{q_{12}^{60} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{60}} = 30\,000,132\dots$$

$$B_{\text{vor}} = B_{\text{nach}} \cdot q_{12} = 30\,112,297\dots$$

Es handelt sich um eine nachschüssige Ratenzahlung, da der Barwert der Raten in diesem Fall der Kreditsumme entspricht.

$$\text{c) } 3\,480 \cdot 0,9 = 3\,132$$

Unter Berücksichtigung des Annuitätenzuschusses muss Frau Eberharter Halbjahresraten in Höhe von € 3.132 bezahlen.

$$30\,000 = 3\,132 \cdot \frac{q_2^{10} - 1}{q_2 - 1} \cdot \frac{1}{q_2^{10}}$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $q_2 = 1,007906\dots$

$$i = (q_2)^2 - 1 = 0,01587\dots \approx 1,59 \%$$

Der effektive Jahreszinssatz beträgt rund 1,59 %.

Die Verzinsung beträgt 0 %, wenn die Halbjahresraten $\frac{€\,30.000}{10} = €\,3.000$ betragen.

Dafür muss zur vereinbarten Halbjahresrate von € 3.480 ein Zuschuss in Höhe von € 480 gewährt werden.

d) Im Semester 1 erfolgt keine Rückzahlung. Im Semester 2 werden nur die anfallenden Zinsen zurückbezahlt.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Darstellen auf einer Zeitachse
1 × B: für die richtige Berechnung der Ratenhöhe
1 × D: für die richtige Erklärung
- b) 1 × B: für das richtige Ermitteln des zugehörigen monatlichen Zinssatzes
1 × D: für die richtige Überprüfung
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Höhe der Halbjahresraten unter Berücksichtigung des Annuitätenzuschusses
1 × B2: für das richtige Ermitteln des effektiven Jahreszinssatzes
1 × B3: für das richtige Ermitteln der Höhe des Annuitätenzuschusses
- d) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang