

Roboter (2)*

Aufgabennummer: B_345

Technologieeinsatz:

möglich ☒

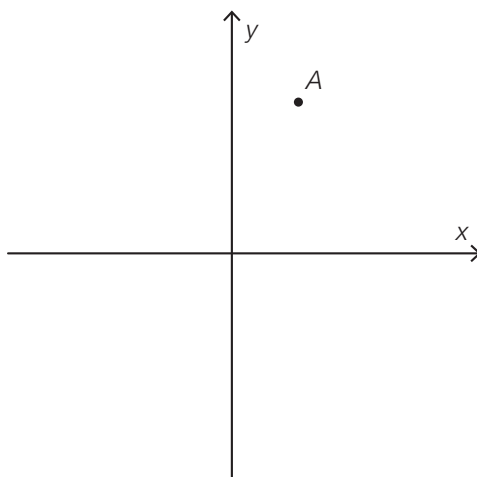
erforderlich ☐

a) Roboterbewegungen werden mithilfe der Vektorrechnung modelliert.

Folgende Anweisung zur Verschiebung eines Punktes ist vorgegeben:

„Der Punkt A wird um einen Vektor $\vec{s}$ mit den Komponenten $s_x > 0$ und $s_y < 0$ in den Punkt B verschoben.“

– Veranschaulichen Sie diese Anweisung, indem Sie einen möglichen Vektor $\vec{s}$ und den entsprechenden Punkt B im nachstehenden Koordinatensystem einzeichnen.



b) – Zeigen Sie, dass der Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$ ein Normalvektor des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ ist.

c) Die Spitze eines Roboterarms bewegt sich geradlinig vom Punkt $C = (1|-2|3)$ zum Punkt $D = (5|-3|2)$. Dort ändert sich die Bewegungsrichtung geringfügig und die Spitze bewegt sich geradlinig zum Punkt $E = (10|-4|0)$.

– Berechnen Sie den Winkel, um den die Bewegungsrichtung geändert wurde.

d) Für Schweißroboter werden Schweißelektroden benötigt.

Ein Unternehmen liefert Elektroden, deren Längen annähernd normalverteilt mit $\mu = 300$ mm und $\sigma = 5$ mm sind.

Man entnimmt einer umfangreichen Lieferung eine Zufallsstichprobe von 20 Schweißelektroden.

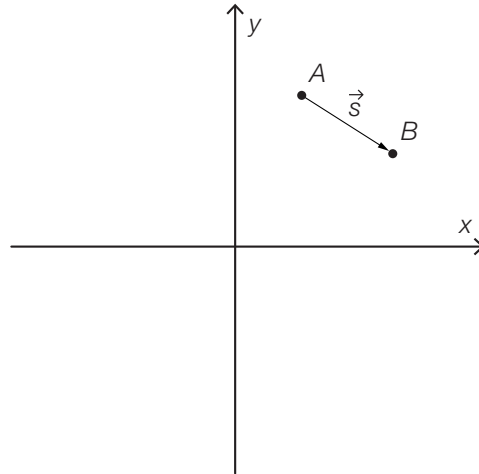
- Ermitteln Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstrebereich, in dem der Stichprobenmittelwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Zum Beispiel:



b) Für das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{n}$ gilt:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix} = -a_x \cdot a_y + a_y \cdot a_x = 0$$

Da das Skalarprodukt der beiden Vektoren 0 ist, stehen sie normal aufeinander.

c) $\vec{CD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{DE} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{CD} \cdot \vec{DE}}{|\vec{CD}| \cdot |\vec{DE}|} \Rightarrow \varphi = 8,205...^\circ \approx 8,21^\circ$$

Der Winkel, um den die Bewegungsrichtung geändert wurde, beträgt rund $8,21^\circ$.

d) Zweiseitigen 95%-Zufallsstrebereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$300 \pm u_{0,975} \cdot \frac{5}{\sqrt{20}}$$

$$u_{0,975} = 1,959...$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstrebereich in mm: [297,81; 302,19].

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für eine richtige Veranschaulichung im Koordinatensystem
- b) 1 × D: für einen richtigen Nachweis
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels φ
- d) 1 × A: für die Verwendung des richtigen Modells (Zufallsstrebereich für einen Stichprobenmittelwert mithilfe der Normalverteilung)
1 × B: für das richtige Ermitteln des Zufallsstrebereichs