

Atemvolumen*

Aufgabennummer: B_343

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Das Atemvolumen in der Lunge einer Person in Abhängigkeit von der Zeit kann näherungsweise durch eine Funktion V beschrieben werden:

$$V(t) = 3 + A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \text{ mit } A > 0, \omega > 0, -\pi < \varphi \leq \pi$$

t ... Zeit in Sekunden (s)

$V(t)$... Atemvolumen zur Zeit t in Litern (L)

Zu Beginn des Einatemvorgangs ist das Atemvolumen minimal und beträgt 2,75 L. Nach 2 s wird das maximale Volumen erreicht.

– Bestimmen Sie A , ω und φ .

- b) Das Atemvolumen einer anderen Person in Abhängigkeit von der Zeit kann näherungsweise durch eine Funktion V , deren Ableitung bekannt ist, beschrieben werden:

$$V'(t) = 0,4 \cdot \sin(1,6 \cdot t)$$

t ... Zeit in Sekunden (s)

$V'(t)$... momentane Änderungsrate des Atemvolumens zur Zeit t in Litern pro Sekunde (L/s)

Zur Zeit $t = 0$ beträgt das Atemvolumen 2,4 L.

– Ermitteln Sie die Funktion V .

- c) In der nachstehenden Tabelle ist die jeweilige momentane Änderungsrate des Atemvolumens $V'(t)$ in Litern pro Sekunde zu bestimmten Zeitpunkten t einer Atmungsphase einer Person angegeben.

t in s	0,0	0,5	1,5	2,5	3,0
$V'(t)$ in L/s	0,00	0,33	0,49	0,29	0,00

- Stellen Sie die Messpunkte in einem Koordinatensystem dar.
 – Ermitteln Sie für diese Atmungsphase eine quadratische Ausgleichsfunktion.
 – Begründen Sie, warum es sich bei diesem Vorgang um eine Einatemungsphase handelt.

Möglicher Lösungsweg

a) $A = 3 - 2,75 = 0,25$

$$\omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$V(0) = 3 + 0,25 \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi)$$

$$\sin(\omega \cdot 0 + \varphi) = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Der Beginn des Einatemvorgangs könnte auch mit $t \neq 0$ angesetzt werden. Die diesem Ansatz entsprechende Lösung für φ ist dann als richtig zu werten.

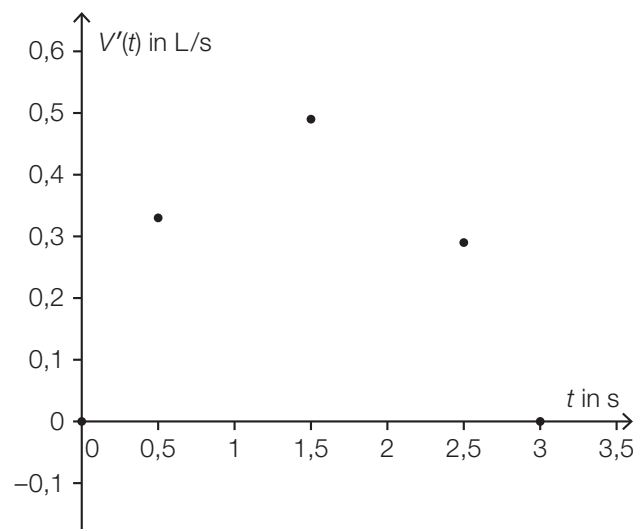
b) $V(t) = \int (0,4 \cdot \sin(1,6 \cdot t)) dt$

$$V(t) = -0,25 \cdot \cos(1,6 \cdot t) + C$$

$$V(0) = 2,4 \Rightarrow 2,4 = -0,25 + C \Rightarrow C = 2,65$$

$$V(t) = -0,25 \cdot \cos(1,6 \cdot t) + 2,65$$

c)



Ermitteln der Ausgleichsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$$V'(t) = -0,22 \cdot t^2 + 0,67 \cdot t + 0,018$$

Es handelt sich um eine Einatemungsphase, weil die momentane Änderungsrate des Atemvolumens im betrachteten Intervall immer positiv ist.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Angeben des Parameters A
1 × A1: für das richtige Angeben des Parameters ω
1 × A2: für das richtige Angeben des Parameters φ
Der Beginn des Einatemvorgangs könnte auch mit $t \neq 0$ angesetzt werden.
Die diesem Ansatz entsprechende Lösung für φ ist dann als richtig zu werten.
- b) 1 × A: für eine richtige Modellbildung (unbestimmtes Integral)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Funktion unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung
- c) 1 × B1: für die richtige Darstellung der Messpunkte
1 × B2: für das richtige Ermitteln der quadratischen Ausgleichsfunktion
1 × D: für die richtige Begründung