

Förderbänder*

Aufgabennummer: B_342

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

In der automatisierten Fertigung werden Werkstücke auf Förderbändern bewegt.

- a) Die Bewegung eines Werkstücks wird für $t \geq 0$ näherungsweise durch die Funktion s beschrieben:

$$s(t) = 0,4 \cdot e^{-4 \cdot t} - 0,1 \cdot e^{-t} + 0,5$$

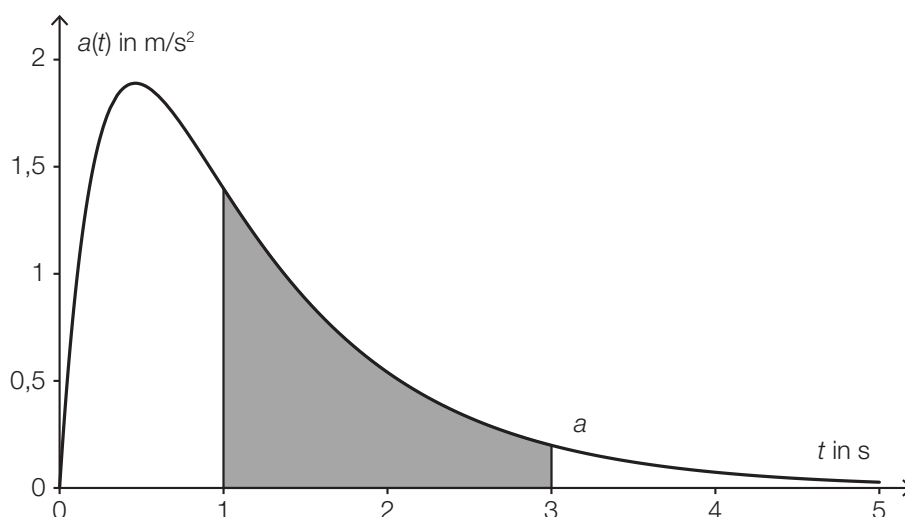
t ... Zeit in Sekunden (s)

$s(t)$... Entfernung zu einem Bezugspunkt zur Zeit t in Metern (m)

- Beschreiben Sie die Bedeutung von $s'(0)$ im gegebenen Sachzusammenhang.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Werkstücks zu demjenigen Zeitpunkt, zu dem die Beschleunigung null ist.

- b) Die Beschleunigung eines Werkstücks wird für $t \geq 0$ näherungsweise durch die Funktion a beschrieben.

Der Graph der Funktion a ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der markierten Fläche.

$A =$ _____

- Interpretieren Sie die Bedeutung dieses Flächeninhalts im gegebenen Sachzusammenhang.

- c) Die Geschwindigkeit eines Werkstücks wird für $t \geq 0$ näherungsweise durch die Funktion v beschrieben:

$$v(t) = 1,3 \cdot \sin(20 \cdot t)$$

t ... Zeit in Sekunden

$v(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

Für die 1. Ableitung von v gilt:

$$v'(t) = 26 \cdot \cos(20 \cdot t)$$

- Beschreiben Sie anhand der Ableitungsregeln, wodurch der Faktor 26 der Ableitungsfunktion v' zustande kommt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) $s'(0)$ ist die Geschwindigkeit des Werkstücks zum Zeitpunkt $t = 0$ s.

$$s''(t) = 6,4 \cdot e^{-4 \cdot t} - 0,1 \cdot e^{-t}$$

$$s''(t) = 0 \Rightarrow t = \ln(4)$$

$$s'(\ln(4)) = 0,01875$$

Die Geschwindigkeit beträgt 0,01875 m/s.

b) $A = \int_1^3 a(t) dt$

Dieser Flächeninhalt entspricht der Zunahme der Geschwindigkeit zwischen $t = 1$ s und $t = 3$ s.

- c) Anwendung von Faktorregel und Kettenregel

oder:

Multiplikation des Faktors 1,3 mit der inneren Ableitung

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
1 × A: für die richtige Modellbildung zur Berechnung der Geschwindigkeit (z. B. über die Nullstelle der 2. Ableitung oder einen grafischen Lösungsansatz)
1 × B: für das richtige Bestimmen der Geschwindigkeit zum Zeitpunkt mit Beschleunigung null
- b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
1 × C: für die richtige Interpretation des Flächeninhalts im gegebenen Sachzusammenhang
- c) 1 × C: für das richtige Angeben der beiden Ableitungsregeln oder die richtige Beschreibung