

Grußkarte*

Aufgabennummer: B_338

Technologieeinsatz:

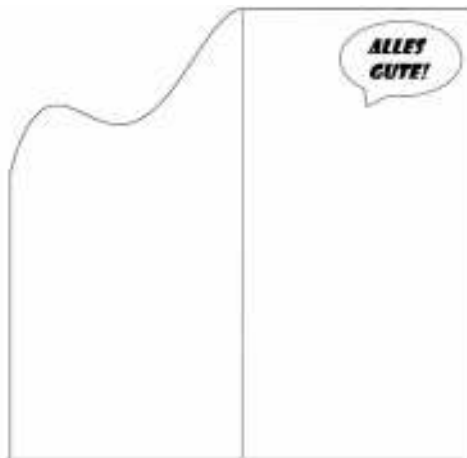
möglich ☐

erforderlich ☒

Eine Druckerei soll Grußkarten nach folgendem Entwurf herstellen:



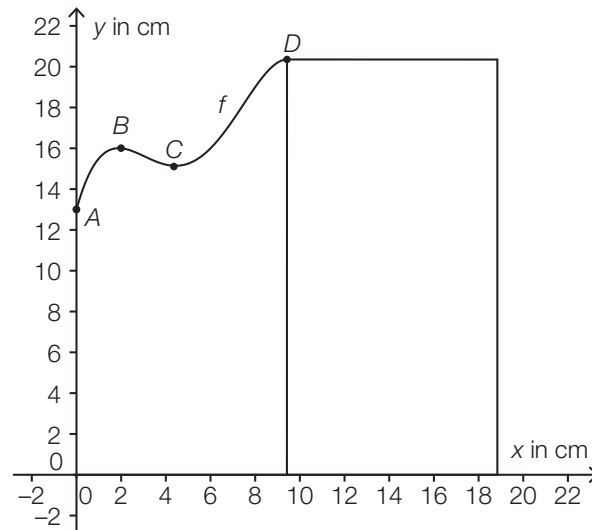
zugeklappt



aufgeklappt

* ehemalige Klausuraufgabe

- a) Die Form der Grußkarte kann folgendermaßen in einem Koordinatensystem dargestellt werden:



Der gewellte Teil der Begrenzungslinie der Karte kann durch den Graphen einer Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschrieben werden und verläuft durch folgende Punkte:

$$A = (0 \mid 13)$$

$$B = (2 \mid 16)$$

$$C = (4,36 \mid 15,1)$$

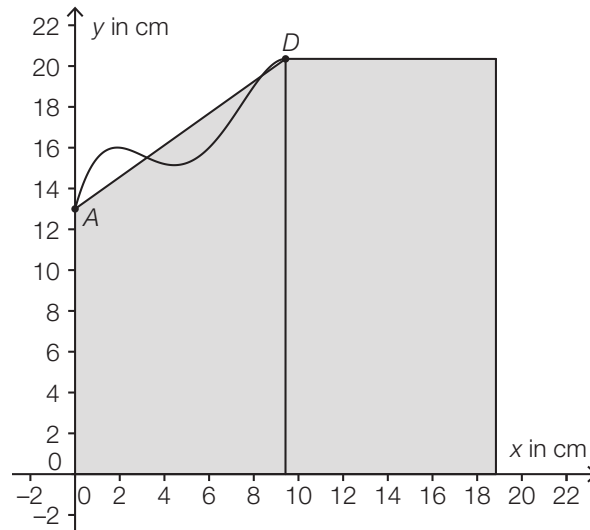
$$D = (9,42 \mid 20,35)$$

Im Punkt D hat der Graph von f eine waagrechte Tangente.

- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion berechnet werden können.
- Berechnen Sie die Koeffizienten dieser Polynomfunktion.

b) Der Flächeninhalt der Grußkarte beträgt $346,85 \text{ cm}^2$.

Zur näherungsweisen Berechnung ist es möglich, ein Trapez und ein Rechteck zu verwenden (siehe nachstehende Grafik).



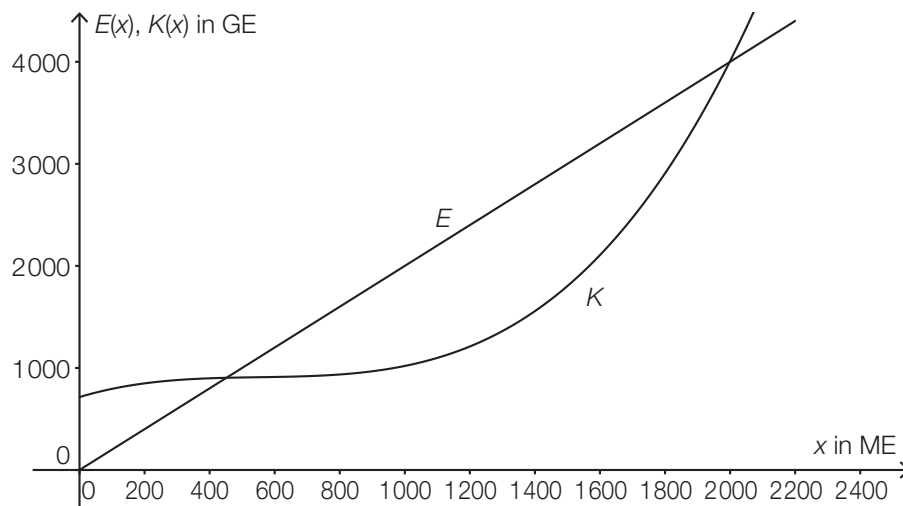
Die Koordinaten der Punkte sind: $A = (0 | 13)$

$D = (9,42 | 20,35)$

Die untere Kante der Karte liegt auf der x-Achse und ist insgesamt 18,84 cm lang.

- Berechnen Sie mithilfe der oben beschriebenen Näherung den Flächeninhalt der Grußkarte.
- Berechnen Sie den Betrag des relativen Fehlers bei der näherungsweisen Berechnung des Flächeninhalts.

- c) Für die monatliche Produktion der Grußkarten können die Kostenfunktion K und die Erlösfunktion E folgendermaßen dargestellt werden:



- Lesen Sie aus der obigen Grafik den Gewinnbereich ab.
- Erklären Sie, woran man in der Grafik erkennen kann, dass der Gewinn bei einer Produktion von 1 200 ME größer als bei einer Produktion von 600 ME ist.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(0) = 13$
 $f(2) = 16$
 $f(4,36) = 15,1$
 $f(9,42) = 20,35$
 $f'(9,42) = 0$

Lösung dieses Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:

$a = -0,012... \approx -0,01$
 $b = 0,266... \approx 0,27$
 $c = -1,722... \approx -1,72$
 $d = 3,981... \approx 3,98$
 $e = 13$

b) $A = \frac{20,35 + 13}{2} \cdot 9,42 + 20,35 \cdot 9,42 = 348,7755$

Der näherungsweise berechnete Flächeninhalt der Grußkarte beträgt rund $348,78 \text{ cm}^2$.

$$\left| \frac{348,7755 - 346,85}{346,85} \right| = 0,005551... \approx 0,00555$$

c) Gewinnbereich in ME: $[450; 2000]$
Toleranzbereich für die Intervallgrenzen: $\pm 50 \text{ ME}$

Die Differenz zwischen $E(x)$ und $K(x)$ ist der jeweilige Gewinn an der Stelle x . Bei 1 200 ME ist diese Differenz wesentlich größer als bei 600 ME.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte
 1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung
 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
- b) 1 × B1: für die richtige näherungsweise Berechnung des Flächeninhalts der Grußkarte
 1 × B2: für die richtige Berechnung des Betrags des relativen Fehlers
- c) 1 × C: für das richtige Ablesen der Gewinnbereichs
 (Toleranzbereich für die Intervallgrenzen: $\pm 50 \text{ ME}$)
 1 × D: für die richtige Erklärung