

Qualitätstest bei Objektiven (1)*

Aufgabennummer: B_326

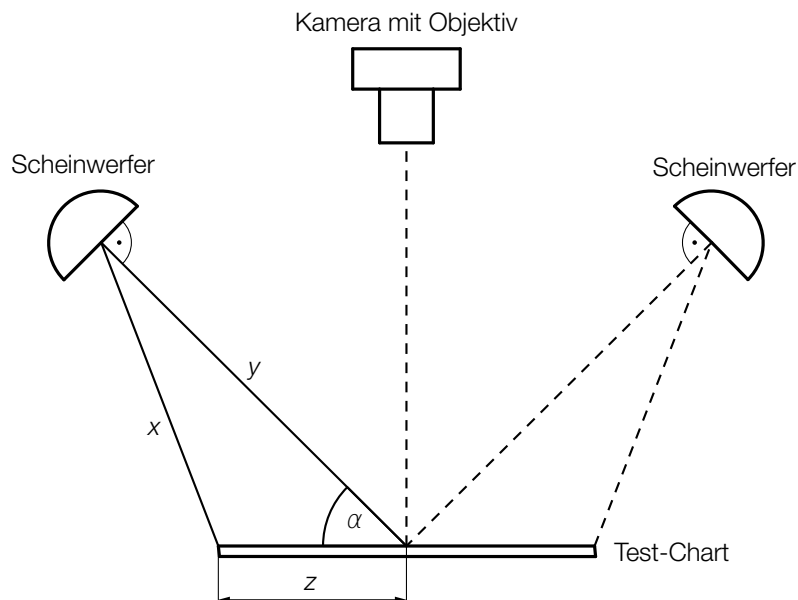
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Um das Objektiv einer Digitalkamera zu testen, fotografiert man eine genormte Tafel (Test-Chart) mit einem Test-Motiv und lässt das Foto von einer speziellen Software auswerten.

a) Eine Fotografin möchte ihr neues Objektiv testen. Dazu verwendet sie folgenden Aufbau:



1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von x aus y , z und α .

$x =$ _____

Bei einem bestimmten Test gilt:

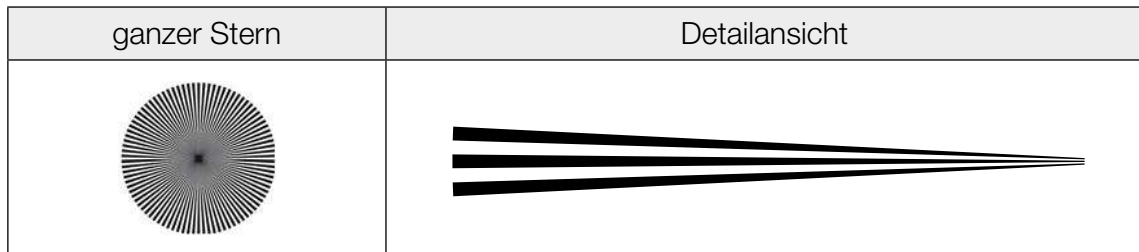
$$\alpha = 45^\circ$$

$$x = 121 \text{ cm}$$

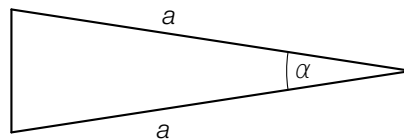
$$z = 70 \text{ cm}$$

2) Berechnen Sie die Entfernung y .

b) Ein beliebtes Motiv für solche Test-Charts ist ein spezieller Stern:



Ein Stern besteht aus einzelnen Abschnitten, die abwechselnd schwarz und weiß sind. Jeder dieser Abschnitte kann näherungsweise als Dreieck mit folgenden Abmessungen beschrieben werden:



- 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A des obigen Dreiecks aus a und α .

$$A = \underline{\hspace{10cm}}$$

Ein ganzer Stern besteht aus n weißen und n schwarzen Abschnitten.

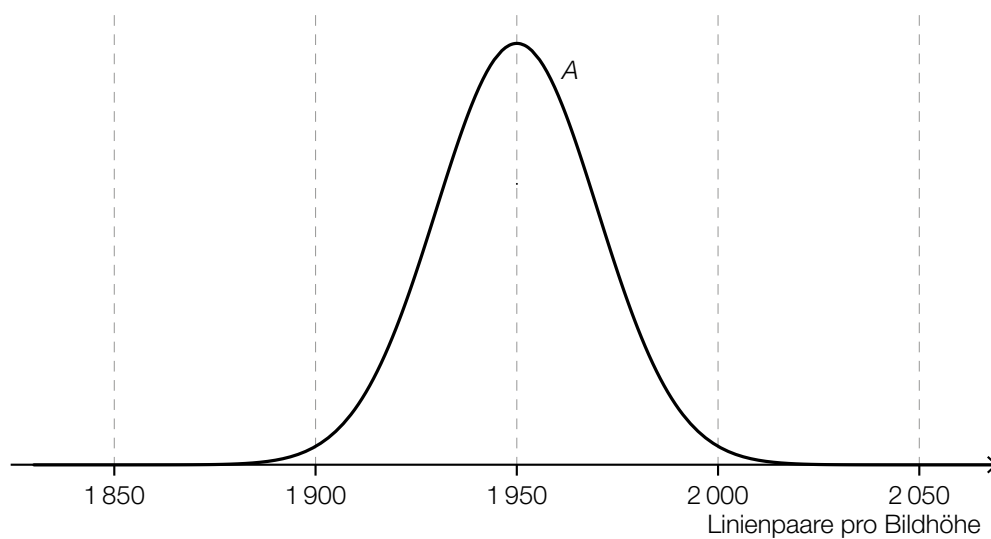
- 2) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels α aus n .

$$\alpha = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) Ein für Digitalkameras relevantes Qualitätsmerkmal ist die Anzahl der Linienpaare pro Bildhöhe (LP/BH).

Für einen bestimmten Objektiv-Typ ist diese Kenngröße annähernd normalverteilt. Die Objektive werden von 3 verschiedenen Herstellern – A, B und C – jeweils mit dem Erwartungswert $\mu = 1950$ LP/BH und der Standardabweichung σ_A , σ_B bzw. σ_C produziert.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion für Hersteller A dargestellt.



- 1) Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion für Hersteller B, wenn für die Standardabweichungen gilt: $\sigma_A < \sigma_B$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein neu produziertes Objektiv des Herstellers C mindestens 1900 LP/BH darstellen kann, beträgt 97,7 %.

- 2) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung σ_C .

Möglicher Lösungsweg

a1) $x = \sqrt{y^2 + z^2 - 2 \cdot y \cdot z \cdot \cos(\alpha)}$

a2) γ ... Winkel gegenüber von z

β ... Winkel gegenüber von y

$$\frac{121}{\sin(45^\circ)} = \frac{70}{\sin(\gamma)} \Rightarrow \gamma = 24,1...^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 45^\circ - 24,1...^\circ = 110,8...^\circ$$

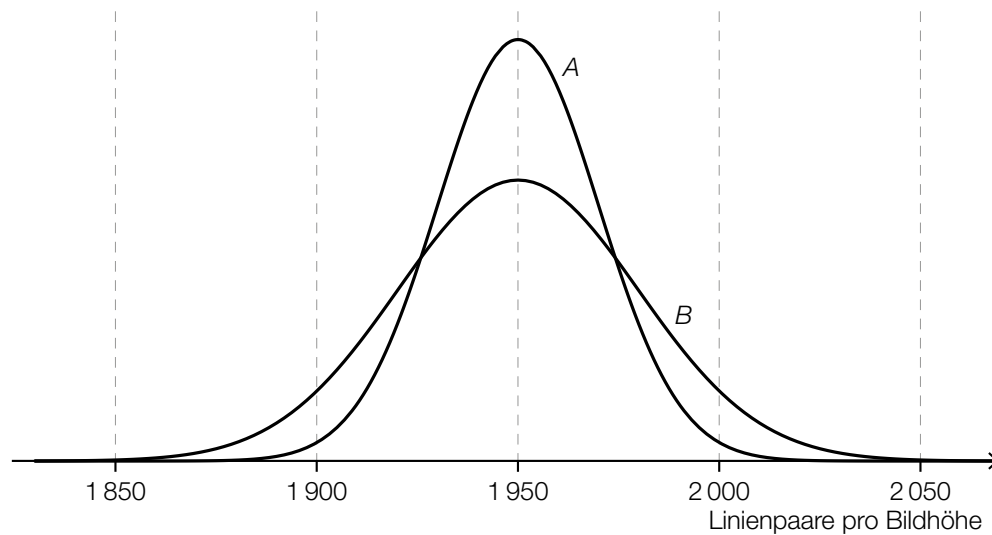
$$\frac{y}{\sin(110,8...^\circ)} = \frac{121}{\sin(45^\circ)} \Rightarrow y = 159,9...$$

Die Entfernung y beträgt rund 160 cm.

b1) $A = \frac{a^2 \cdot \sin(\alpha)}{2}$

b2) $\alpha = \frac{360^\circ}{2 \cdot n}$

c1)



c2) X ... Anzahl der Linienpaare pro Bildhöhe

$$P(X \geq 1900) = 0,977$$

Berechnung von σ_C mittels Technologieeinsatz:

$$\sigma_C = 25,0...$$

Die Standardabweichung beträgt bei Objektiven des Herstellers C rund 25 LP/BH.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von x
1 × A2: für den richtigen Ansatz zur Berechnung der Entfernung y
1 × B: für die richtige Berechnung der Entfernung y
- b) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A
1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Winkels α
- c) 1 × A: für das richtige Skizzieren des Graphen der Dichtefunktion für Hersteller B (Maximumstelle ebenfalls bei 1 950 LP/BH, Glockenkurve niedriger und breiter als bei A)
1 × B: für die richtige Berechnung der Standardabweichung σ_c