

Minigolf*

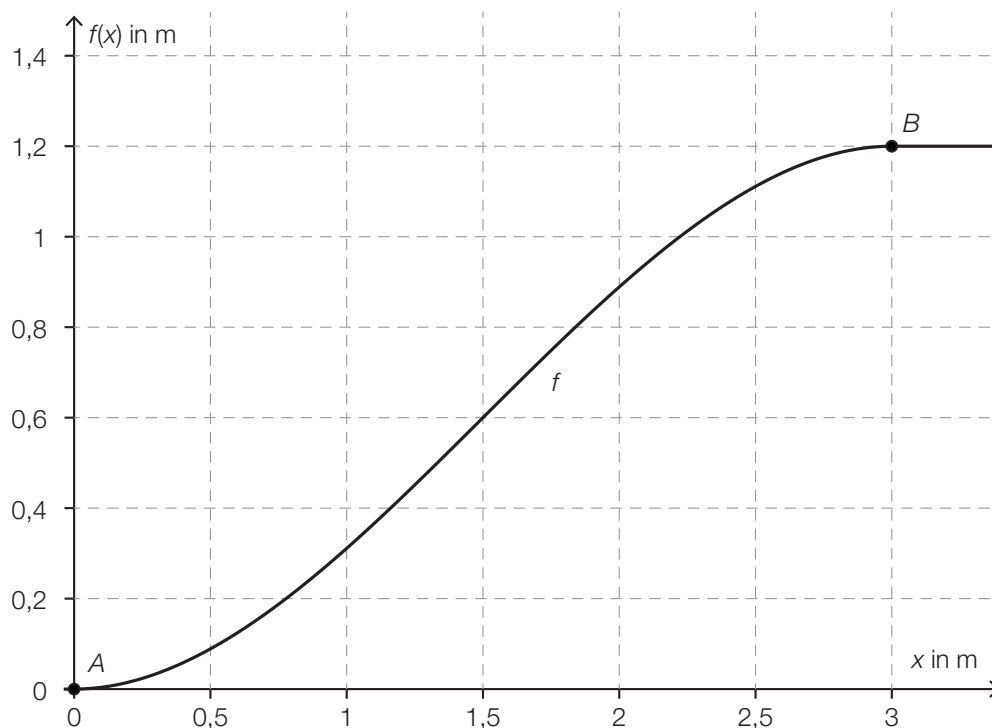
Aufgabennummer: B_323

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Ein Minigolfball soll von der horizontalen Abschlagfläche auf eine höhergelegene horizontale Plattform gerollt werden. Der Verlauf der Bahn im Querschnitt kann näherungsweise durch den Graphen einer Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden. Die Bahn soll in den Punkten A und B knickfrei auf die jeweilige Ebene führen (siehe nachstehende Abbildung). Knickfrei bedeutet, dass die Funktionen an diesen Stellen den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben.



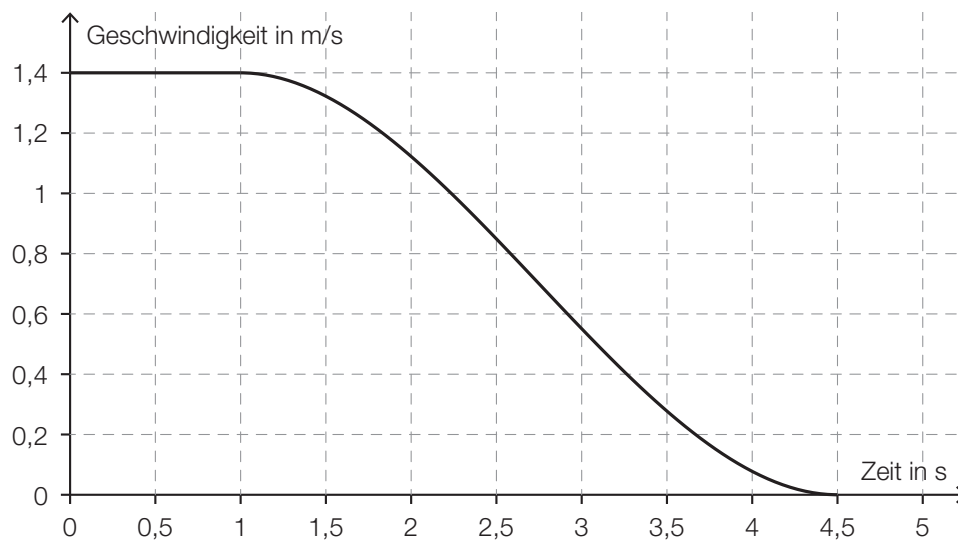
- Geben Sie an, welche Steigung die Funktion f in den Punkten A und B haben muss.
- Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f .
- Berechnen Sie die Koeffizienten der Funktion f .

- b) In der nachstehenden Abbildung ist das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eines Balles auf einer Minigolfbahn dargestellt. Während der ersten Sekunde hat der Ball eine konstante Geschwindigkeit. Danach kann die abnehmende Geschwindigkeit näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden:

$$v(t) = \frac{1}{245} \cdot (16 \cdot t^3 - 132 \cdot t^2 + 216 \cdot t + 243) \quad \text{mit } 1 \leq t \leq 4,5$$

t ... Zeit in Sekunden (s)

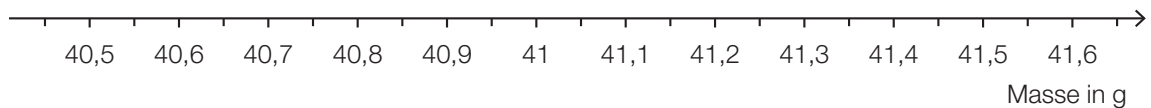
$v(t)$... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in Metern pro Sekunde (m/s)



- Erklären Sie, was die momentane Änderungsrate der Funktion v zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 in diesem Sachzusammenhang angibt.
- Berechnen Sie den zurückgelegten Weg des Balles in den ersten 4,5 Sekunden.

c) Die Masse von Minigolfbällen eines bestimmten Typs ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 41$ g und der Standardabweichung $\sigma = 0,1$ g. Wenn ein Minigolfball mehr als 41,25 g wiegt, wird er aussortiert.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Minigolfball aussortiert wird.
- Zeichnen Sie den Graphen der Dichtefunktion dieser Normalverteilung in der nachstehenden Abbildung ein. Berücksichtigen Sie dabei den Erwartungswert und die Standardabweichung.



- Beschreiben Sie, wie sich eine kleinere Standardabweichung auf den Graphen der Dichtefunktion auswirken würde.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Die Steigung der Funktion f muss in den Punkten A und B null sein.

I. $f'(0) = 0$

II. $f'(3) = 0$

III. $f(0) = 0$

IV. $f(3) = 1,2$

Lösen des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{4}{45}; b = \frac{2}{5}; c = 0; d = 0$$

b) Die momentane Änderungsrate der Funktion v zum Zeitpunkt t_0 ist die Beschleunigung des Balles zu diesem Zeitpunkt.

Der zurückgelegte Weg entspricht dem Flächeninhalt unter dem Graphen im Intervall $[0; 4,5]$.

Flächeninhalt des Rechtecks: $A_1 = 1,4 \cdot 1 = 1,4$

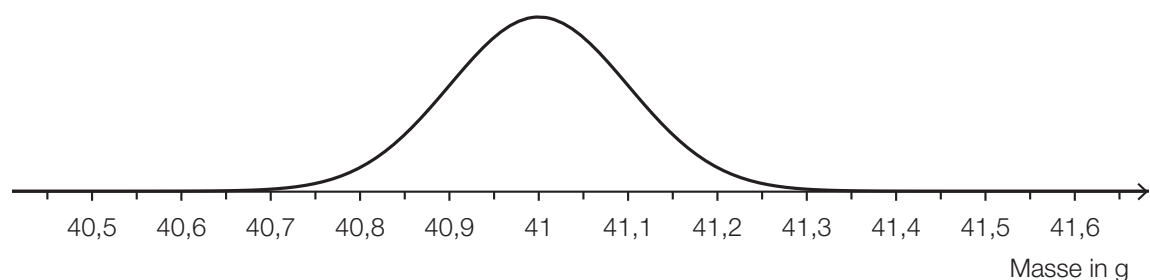
Flächeninhalt unter dem Graphen der Polynomfunktion im Intervall $[1; 4,5]$:

$$A_2 = \int_1^{4,5} v(t) dt = 2,45$$

$$A = A_1 + A_2 = 3,85$$

Der zurückgelegte Weg des Balles beträgt 3,85 m.

c) $P(\text{„Minigolfball wird aussortiert“}) = 1 - P(X < 41,25) = 0,0062 \dots \approx 0,6 \%$



Bei einer kleineren Standardabweichung wäre die Gauß'sche Glockenkurve schmaler und höher.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für die richtige Modellbildung zur Steigung der Funktion f
1 × A2: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
- b) 1 × D: für die richtige Erklärung
1 × A: für einen richtigen Ansatz (Aufteilen in 2 Teilflächen)
1 × B: für die richtige Berechnung des zurückgelegten Weges
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Dichtefunktion (Glockenkurve mit Maximum an der Stelle μ und Wendepunkten an den Stellen $\mu \pm \sigma$ erkennbar)
1 × C: für die richtige Beschreibung