

## LED-Lampen (2)\*

Aufgabennummer: B\_315

Technologieeinsatz:                      möglich ☐                      erforderlich ☒

Traditionelle Glühlampen wurden wegen ihrer geringen Energieeffizienz in der EU schrittweise verboten. Als Alternative zu den Glühlampen bieten Hersteller LED-Lampen an.

- a) LED-Lampen sind derzeit wesentlich teurer als Glühlampen, zeichnen sich aber durch eine höhere Lebensdauer und durch eine höhere Energieeffizienz aus.

Für eine Lampe, die 1 000 Stunden pro Jahr in Betrieb ist, kann als Leuchtmittel eine Glühlampe oder eine LED-Lampe verwendet werden. Um die dabei anfallenden Kosten zu vergleichen, werden die folgenden Daten benötigt:

|                        | Glühlampe | LED-Lampe |
|------------------------|-----------|-----------|
| Preis pro Stück        | € 0,75    | € 15,00   |
| Lebensdauer            | 1 Jahr    | 25 Jahre  |
| Energiekosten pro Jahr | € 5       | € 0,60    |

– Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle für diesen Kostenvergleich.

| Verwendungsdauer<br>in Jahren | insgesamt angefallene Kosten bei der Verwendung ... |                 |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------|
|                               | von Glühlampen                                      | einer LED-Lampe |
| 1                             |                                                     |                 |
| 2                             |                                                     |                 |
| 3                             |                                                     |                 |
| 4                             |                                                     |                 |
| 5                             |                                                     |                 |

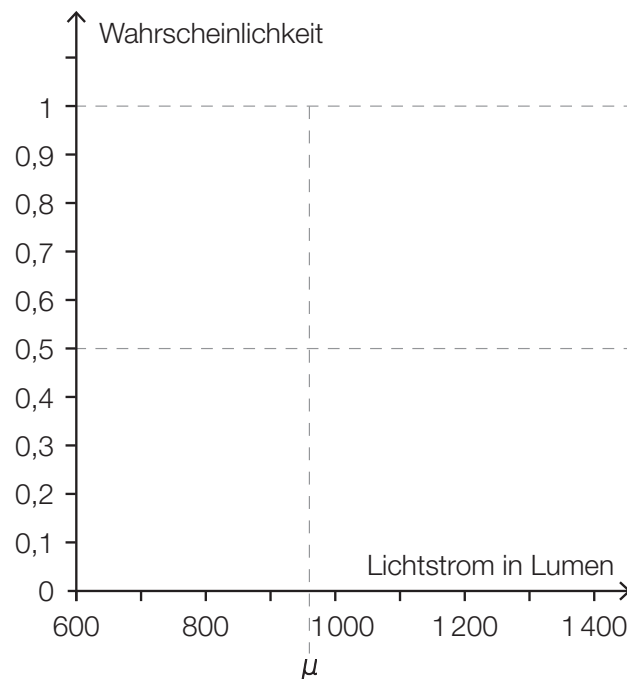
– Lesen Sie aus dieser Tabelle ab, nach wie vielen ganzen Jahren die insgesamt angefallenen Kosten bei der Verwendung einer LED-Lampe erstmals geringer sind als bei der Verwendung von Glühlampen.

\* ehemalige Klausuraufgabe

- b) Die Helligkeit einer LED-Lampe kann mithilfe des Lichtstroms beschrieben werden. In der nachstehenden Tabelle ist für LED-Lampen mit verschiedenem Lichtstrom der jeweilige Preis angegeben.

|                     |      |      |      |       |       |
|---------------------|------|------|------|-------|-------|
| Lichtstrom in Lumen | 136  | 300  | 400  | 600   | 800   |
| Preis in Euro/Stück | 6,00 | 9,90 | 9,99 | 16,50 | 23,40 |

- Ermitteln Sie die Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion. (Der Preis soll in Abhängigkeit vom Lichtstrom beschrieben werden.)
  - Interpretieren Sie den Wert der Steigung dieser linearen Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.
  - Berechnen Sie mithilfe dieser Regressionsfunktion denjenigen Preis, der für eine LED-Lampe mit einem Lichtstrom von 500 Lumen zu erwarten ist.
- c) Laut einem Ratgeber für LED-Lampen kann der Lichtstrom von 12-Watt-LED-Lampen als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu$  angenommen werden. Dabei liegen 95 % der Lichtstromwerte in dem um  $\mu$  symmetrischen Intervall von 780 Lumen bis 1 140 Lumen.
- Berechnen Sie den Erwartungswert  $\mu$  des Lichtstroms für 12-Watt-LED-Lampen.
  - Berechnen Sie die Standardabweichung  $\sigma$  des Lichtstroms für 12-Watt-LED-Lampen.
  - Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion in der nachstehenden Abbildung.



- Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte 12-Watt-LED-Lampe einen Lichtstrom von bis zu 900 Lumen hat.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a)

| Verwendungsdauer<br>in Jahren | insgesamt angefallene Kosten bei der Verwendung ... |                 |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------|
|                               | von Glühlampen                                      | einer LED-Lampe |
| 1                             | € 5,75                                              | € 15,60         |
| 2                             | € 11,50                                             | € 16,20         |
| 3                             | € 17,25                                             | € 16,80         |
| 4                             | € 23,00                                             | € 17,40         |
| 5                             | € 28,75                                             | € 18,00         |

Nach 3 Jahren sind die insgesamt angefallenen Kosten bei der Verwendung einer LED-Lampe erstmals geringer als bei der Verwendung von Glühlampen.

b) Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$$f(x) = 0,026 \cdot x + 1,534$$

$x$  ... Lichtstrom in Lumen

$f(x)$  ... Preis bei einem Lichtstrom  $x$  in Euro/Stück

Die Steigung 0,026 besagt, dass pro zusätzlichem Lumen Lichtstrom der Preis um € 0,026 steigt.

$$f(500) \approx 14,53$$

Für eine LED-Lampe mit 500 Lumen ist ein Preis von € 14,53 pro Stück zu erwarten.

c)  $\mu = \frac{780 + 1\,140}{2} = 960$

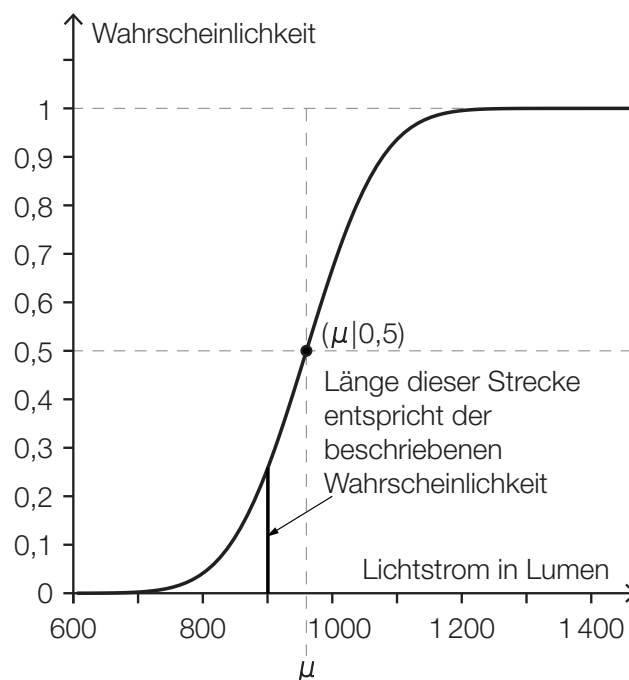
Der Erwartungswert beträgt 960 Lumen.

Aufgrund der Symmetrie gilt:  $P(X \leq 1\,140) = 0,975$

$$\Phi(z) = 0,975 \Rightarrow z = 1,959\dots$$

$$\sigma = \frac{1\,140 - 960}{1,959\dots} = 91,8\dots$$

Die Standardabweichung beträgt rund 92 Lumen.



## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Tabelle  
1 × C: für das richtige Ablesen aus der Tabelle
- b) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion  
1 × C: für die richtige Interpretation des Werts der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang  
1 × B2: für die richtige Berechnung des Preises pro Stück
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts  
1 × B2: für die richtige Berechnung der Standardabweichung  
1 × A1: für das richtige Skizzieren des Graphen der Verteilungsfunktion (charakteristischer Funktionsverlauf und Funktionswert an der Stelle  $\mu$  richtig eingezeichnet)  
1 × A2: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit in der Abbildung