

Wassergefäße*

Aufgabennummer: B_313

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

- a) Zur Beschreibung der Form eines Wassergefäßes kann eine Funktion f mit $f(x) = a \cdot (x - b)^4 + c$ verwendet werden.

Man kennt von dieser Funktion folgende Eigenschaften:

Der Funktionsgraph ist symmetrisch bezüglich der y -Achse und enthält die Punkte (25|60) und (0|0).

- Begründen Sie, warum $c = 0$ ist.
- Begründen Sie, warum $b = 0$ ist.
- Berechnen Sie den Koeffizienten a .

- b) Die Form eines Wassergefäßes kann durch Rotation des Graphen der Funktion mit folgender Gleichung um die y -Achse beschrieben werden:

$$y = 0,0001421 \cdot x^4 \quad \text{mit } x \geq 0$$

x, y ... Längen in cm

Der obere Rand des Gefäßes hat einen Radius von 30 cm.
 Das Gefäß wird bis zum oberen Rand gefüllt.

- Berechnen Sie das Volumen in Litern.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

- a) Da der Punkt $(0|0)$ auf dem Funktionsgraphen liegt, ist $c = 0$. Da der Graph symmetrisch bezüglich der y -Achse ist, muss $b = 0$ sein.

$$a \cdot 25^4 = 60 \Rightarrow a = \frac{12}{78125} = 0,0001536$$

- b) Höhe des Gefäßes: $H = 0,0001421 \cdot 30^4 = 115,101$

$$V = \int_0^H \pi \cdot x^2 dy = \int_0^H \pi \cdot \sqrt[2]{\frac{y}{0,0001421}} dy = 216960, \dots$$

$$V \approx 216960 \text{ cm}^3 \approx 217 \text{ Liter}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D1: für die richtige Begründung, warum $c = 0$ ist
1 × D2: für die richtige Begründung, warum $b = 0$ ist
1 × B: für die richtige Berechnung des Koeffizienten a
- b) 1 × A1: für den richtigen Ansatz zur Berechnung des Volumens
1 × A2: für das richtige Angeben der Integralgrenzen
1 × B: für die richtige Berechnung des Volumens in Litern