

Riesenräder*

Aufgabennummer: B_311

Technologieeinsatz:

möglich ☒

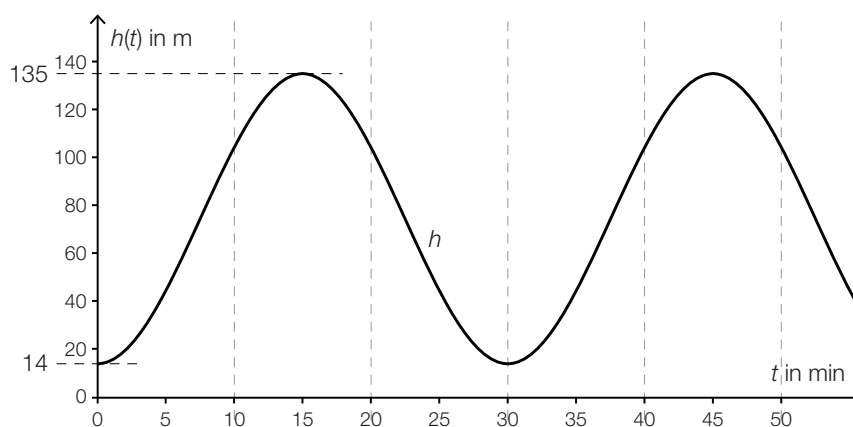
erforderlich ☐

Dreht sich ein Riesenrad mit konstanter Geschwindigkeit, so gilt für die Höhe $h(t)$, in der sich eine Gondel zum Zeitpunkt t über dem Boden befindet:

$$h(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + c$$

- a) Das *London Eye*, eines der größten Riesenräder, dreht sich so langsam, dass es für das Ein- und Aussteigen der Fahrgäste nicht anhalten muss.

Der Graph der Funktion h ist in folgender Abbildung dargestellt:



- Lesen Sie den Durchmesser des Riesenrades ab.
- Ermitteln Sie den Parameter ω .
- Ermitteln Sie den Parameter c .

- b) Dreht sich das *Wiener Riesenrad* ohne Zwischenstopps, so gilt für die Höhe $h(t)$, in der sich eine Gondel zum Zeitpunkt t über dem Boden befindet:

$$h(t) = 30,48 \cdot \sin(0,02464 \cdot t) + 34,27$$

t ... Zeit seit Beginn der Beobachtung in Sekunden (s)

$h(t)$... Höhe, in der sich diese Gondel zum Zeitpunkt t befindet, in Metern (m)

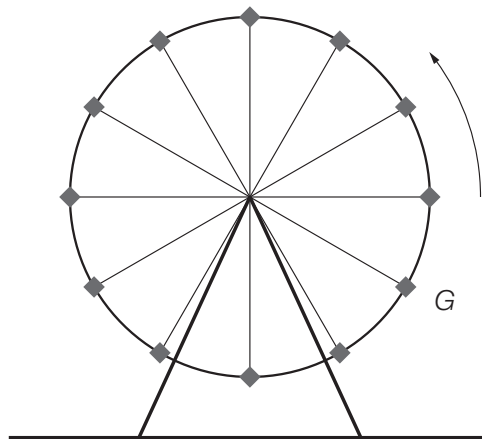
- Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem diese Gondel erstmals eine Höhe von 60 m erreicht.
- Bestimmen Sie die Zeitdauer, während derer sich die Gondel im Laufe einer Umdrehung in einer Höhe von mindestens 60 m befindet.

- c) Ein Riesenrad mit 12 gleichmäßig verteilten Gondeln dreht sich mit konstanter Geschwindigkeit gegen den Uhrzeigersinn. Die Höhe $h(t)$, in der sich eine Gondel zum Zeitpunkt t über dem Boden befindet, ist:

$$h(t) = 15 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{60} \cdot t + \varphi\right) + 20$$

t ... Zeit seit Beginn der Beobachtung in s

$h(t)$... Höhe, in der sich eine Gondel zum Zeitpunkt t befindet, in m



- Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit (in km/h) sich eine Gondel entlang der Kreisbahn bewegt.

Die Gondel G befindet sich zur Zeit $t = 0$ s an der in der oben stehenden Skizze dargestellten Position.

- Dokumentieren Sie in Worten, wie Sie den Parameter φ für die Funktion h der Gondel G ermitteln können.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Durchmesser: $d = 121 \text{ m}$

Aus der Periodendauer $T = 30 \text{ min}$ ergibt sich:

$$\omega = \frac{2\pi}{30} \text{ min}^{-1} \approx 0,21 \text{ min}^{-1}$$

Verschiebung nach oben: $c = 74,5 \text{ m}$

- b) $60 = 30,48 \cdot \sin(0,02464 \cdot t) + 34,27$

$$t_1 = 40,78 \dots \text{ s} \approx 41 \text{ s}$$

$$t_2 = 86,71 \dots \text{ s} \approx 87 \text{ s}$$

$$t_2 - t_1 \approx 46 \text{ s}$$

Die Gondel erreicht nach etwa 41 Sekunden erstmals 60 Meter und befindet sich rund 46 Sekunden lang in einer Höhe von mindestens 60 Metern.

- c) Mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ erhält man für die Zeitdauer einer Umdrehung: $T = 120 \text{ s}$.

Umfang des Kreises: $u = 30\pi \text{ m}$

$$v = \frac{30\pi}{120} \text{ m/s} \approx 0,785 \text{ m/s} \approx 2,827 \text{ km/h}$$

Da es 12 gleichmäßig verteilte Gondeln gibt, beträgt der Winkel zwischen je 2 benachbarten Gondeln 30° . φ wird gegen den Uhrzeigersinn von der „rechten horizontalen Lage“ aus gemessen. Der Winkel beträgt daher -30° bzw. 330° , im Bogenmaß also $-\frac{\pi}{6}$ bzw. $\frac{11\pi}{6}$.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen des Durchmessers
 1 × B1: für die richtige Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit
 1 × B2: für die richtige Ermittlung des Parameters c
- b) 1 × B1: für die richtige Ermittlung des Zeitpunkts
 1 × B2: für die richtige Bestimmung der Zeitdauer
- c) 1 × A: für eine richtige Modellbildung zur Berechnung der Geschwindigkeit
 1 × B: für die richtige Berechnung der Geschwindigkeit in km/h
 1 × C: für die richtige Dokumentation zur Ermittlung des Parameters φ
 (auch eine Beschreibung mit einem Winkel in Grad ist als richtig zu werten)