

Stromversorgung einer Baustelle*

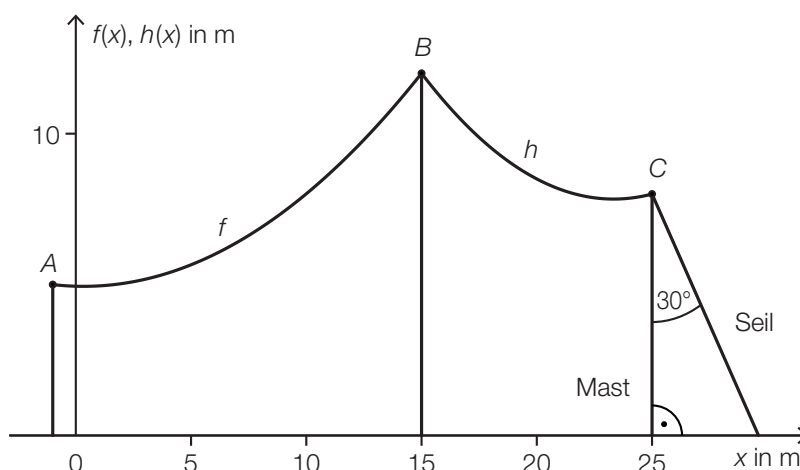
Aufgabennummer: B_308

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Eine Stromleitung zur Versorgung einer Baustelle soll, wie in der nachstehenden Skizze dargestellt, durch die 3 Punkte A, B und C führen. Die zwischen den einzelnen Masten liegenden Teile der Stromleitung können näherungsweise durch Graphen von Polynomfunktionen 2. Grades durch die Punkte A und B bzw. B und C beschrieben werden. Alle Längen sind in Metern angegeben.



- a) Der erste Teil der Leitung verläuft zwischen den Punkten $A = (-1|5)$ und $B = (15|12)$.

Eine Gleichung der Tangente im Punkt A an den Graphen der Polynomfunktion f lautet:

$$y = 4,913 - 0,0875 \cdot x$$

- Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten dieser Polynomfunktion 2. Grades auf.
- Berechnen Sie diese Koeffizienten.

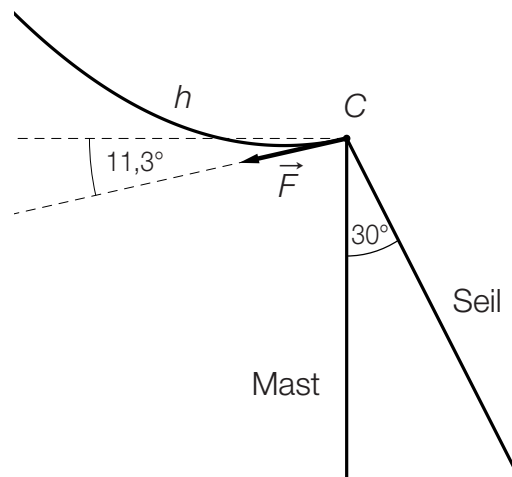
- b) Zwischen den Punkten B und C kann die Stromleitung durch den Graphen der folgenden Funktion h beschrieben werden:

$$h(x) = \frac{3}{50} \cdot x^2 - \frac{14}{5} \cdot x + \frac{81}{2} \quad \text{mit } 15 \leq x \leq 25$$

Die Stromleitung soll in diesem Bereich in einer Höhe von mindestens 7 m verlaufen.

- Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Bedingung erfüllt ist.
- Berechnen Sie die Länge desjenigen Seils, das vom Punkt C zum Boden gespannt ist.

- c) Wie in der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Skizze dargestellt, ist im Punkt C ein Seil unter einem Winkel von 30° zum Mast gespannt. Auf der anderen Seite wirkt durch die Stromleitung auf den Befestigungspunkt C eine Kraft $\vec{F}$ von 1 000 Newton unter einem Winkel von $11,3^\circ$ zur Waagrechten. Diese Kraft kann in zwei Kräfte aufgeteilt werden, eine in Seilrichtung und eine in Mastrichtung.



- Berechnen Sie den Betrag derjenigen Kraft, die in Seilrichtung wirkt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
 $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten:

Punkt A: $5 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$

Punkt B: $12 = a \cdot 15^2 + b \cdot 15 + c$

Tangentensteigung im Punkt A: $-0,0875 = 2 \cdot a \cdot (-1) + b$

Lösen des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{21}{640} \approx 0,0328$$

$$b = -\frac{7}{320} \approx -0,0219$$

$$c = \frac{633}{128} \approx 4,95$$

b) Berechnen des lokalen Minimums von h :

$$h'(x) = \frac{3}{25} \cdot x - \frac{14}{5}$$

$$0 = \frac{3}{25} \cdot x - \frac{14}{5} \Rightarrow x_{\min} = \frac{70}{3} \quad (\text{nach oben offene Parabel})$$

$$h(x_{\min}) = \frac{47}{6} \approx 7,83...$$

Die minimale Höhe ist größer als 7 m, damit ist die Bedingung erfüllt.

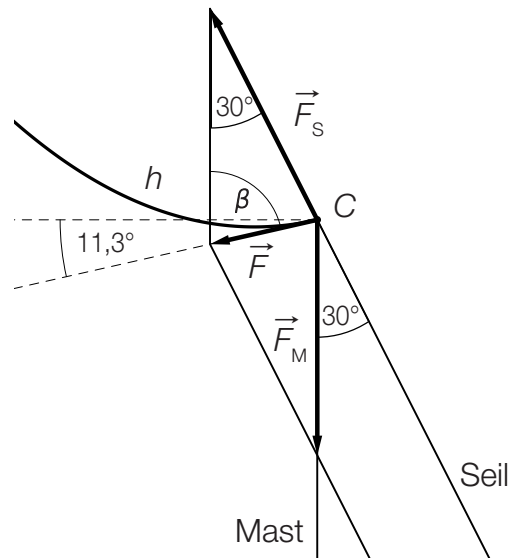
s ... Länge des Seils in m

$$h(25) = 8$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{8}{s}$$

$$s = 9,237... \text{ m} \approx 9,24 \text{ m}$$

c) $\beta = 90^\circ - 11,3^\circ = 78,7^\circ$



$$|\vec{F}_s| = \frac{1000 \cdot \sin(78,7^\circ)}{\sin(30^\circ)} = 1961,2\dots$$

$$|\vec{F}_s| \approx 1961 \text{ N}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte A und B
 1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichung unter Berücksichtigung der Tangentensteigung
 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
- b) 1 × D: für die richtige Überprüfung
 1 × B: für die richtige Berechnung der Länge des Seils
- c) 1 × A: für einen richtigen Ansatz zur Zerlegung der Kraft in die beiden Richtungen Mast und Seil (Kraftdreieck oder Kräfteparallelogramm)
 1 × B: für die richtige Berechnung des Betrags der Kraft, die in Seilrichtung wirkt