

Kfz-Bestand (2)*

Aufgabennummer: B_302

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Die nachstehende Tabelle gibt den Kraftfahrzeug-Bestand (Kfz-Bestand) in Österreich für ausgewählte Jahre im Zeitraum von 1992 bis 2012 jeweils zum Jahresende an.

Ende des Jahres ...	Kfz-Bestand in Millionen
1992	4,5
1997	5,2
2002	5,4
2007	5,8
2012	6,3

Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.): *Statistisches Jahrbuch Österreichs 2015*. Wien: Verlag Österreich 2014, S. 446.

- a) Die zeitliche Entwicklung des Kfz-Bestands soll mit den Daten der obigen Tabelle durch eine lineare Regressionsfunktion K beschrieben werden.
- 1) Ermitteln Sie eine Gleichung dieser linearen Regressionsfunktion. Wählen Sie $t = 0$ für das Ende des Jahres 1992.
 - 2) Interpretieren Sie den Wert der Steigung dieser Funktion im gegebenen Sachzusammenhang.
 - 3) Berechnen Sie, nach welcher Zeit gemäß diesem Modell mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen ist.

- b) Um die zeitliche Entwicklung des Kfz-Bestands mit einem anderen mathematischen Modell zu beschreiben, wurden, ausgehend von den Daten der obigen Tabelle, die nachstehenden Berechnungen durchgeführt.

$$\sqrt[20]{\frac{6,3}{4,5}} = 1,0169...$$

$$1,0169... - 1 = 0,0169... \approx 1,7 \%$$

- 1) Interpretieren Sie die Bedeutung der berechneten Zahl 1,7 % im gegebenen Sachzusammenhang.

Jemand berechnet weiters:

$$2 = 1,0169...^t$$

$$t = \frac{\ln(2)}{\ln(1,0169...)} = 41,20... \approx 41,2$$

- 2) Interpretieren Sie die Bedeutung der berechneten Zahl 41,2 im gegebenen Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$K(t) = 0,084 \cdot t + 4,6$$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Ende des Jahres 1992

$K(t)$... Kfz-Bestand zur Zeit t in Millionen

a2) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand um 84 000 Kraftfahrzeuge pro Jahr zu.

a3) $K(t) = 8$ oder $0,084 \cdot t + 4,6 = 8$
 $t = 40,47...$

Gemäß diesem Modell ist nach etwa 40,5 Jahren mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen.

Die Lösung kann entweder als Zeit nach Ende des Jahres 1992 oder als Kalenderjahr angegeben werden.

b1) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand pro Jahr um rund 1,7 % zu.

b2) Gemäß diesem Modell verdoppelt sich der Kfz-Bestand nach (jeweils) rund 41,2 Jahren.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion

a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang

a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen ist

b1) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Zahl 1,7 % im gegebenen Sachzusammenhang

b2) 1 × C2: für die richtige Interpretation der Zahl 41,2 im gegebenen Sachzusammenhang