

Grundstück am See*

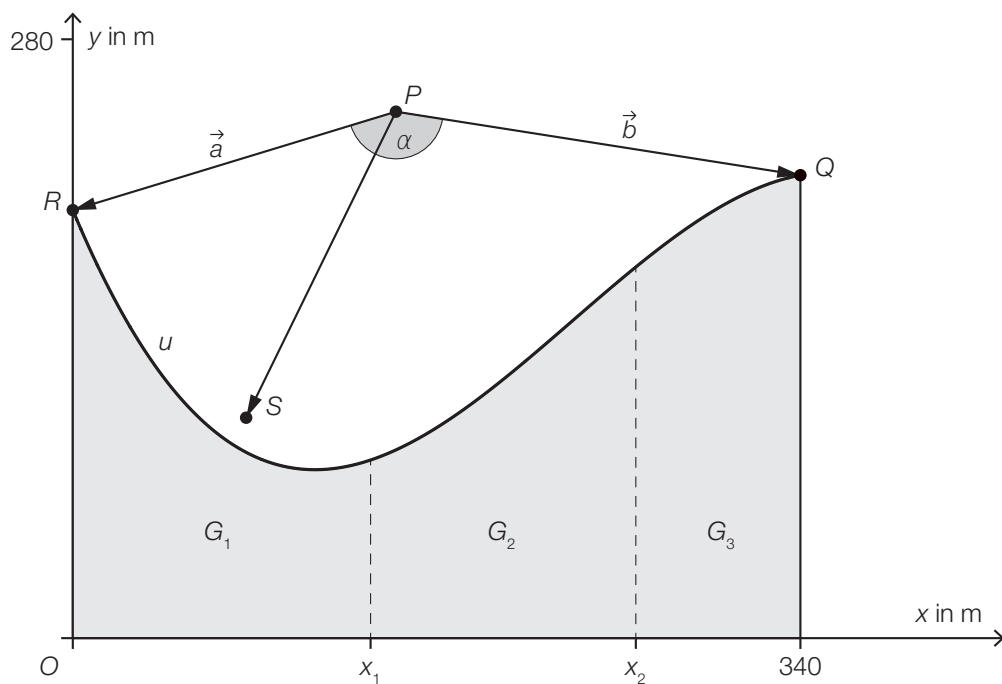
Aufgabennummer: B_301

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Drei Geschwister erwerben ein Grundstück am See. Sie unterteilen das Grundstück in die 3 Grundstücke G_1 , G_2 und G_3 (siehe nachstehende Abbildung).



Die Uferbegrenzungslinie wird näherungsweise durch den Graphen der Funktion u beschrieben.

* ehemalige Klausuraufgabe

- a) Jemand fotografiert von einem Boot im Punkt P aus das Ufer des Grundstücks. Damit die Uferbegrenzungslinie zwischen den Punkten R und Q auf dem Foto ist, muss das Objektiv den Winkel α erfassen können.

- 1) Stellen Sie mithilfe von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

$$\alpha = \underline{\hspace{10cm}}$$

Das Boot fährt geradlinig mit einer konstanten Geschwindigkeit v (in m/s) vom Punkt P zum Punkt S .

- 2) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{|\vec{PS}|}{v}$$

- b) Das gesamte Grundstück besteht aus den 3 flächengleichen Grundstücken G_1 , G_2 und G_3 (siehe obige Abbildung).

Für die Funktion u gilt:

$$u(x) = -2 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 1,4 \cdot 10^{-2} \cdot x^2 - 2,4 \cdot x + 200 \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 340$$

$x, u(x)$... Koordinaten in m

- 1) Berechnen Sie den Flächeninhalt des gesamten Grundstücks.

Die Stelle x_1 markiert die Grenze zwischen den Grundstücken G_1 und G_2 .

- 2) Berechnen Sie die Stelle x_1 .
- 3) Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck zur Berechnung des Umfangs des Grundstücks G_2 an. [1 aus 5]

$x_2 - x_1 + u(x_1) + u(x_2) + \int_0^{x_1} \sqrt{1 + (u'(x))^2} dx$	☐
$u(x_2) - u(x_1) + x_1 + x_2 + \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (u'(x))^2} dx$	☐
$x_2 - x_1 + u(x_1) + u(x_2) + \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (u'(x))^2} dx$	☐
$x_2 - x_1 + u(x_1) + u(x_2) + \int_0^{x_2} \sqrt{1 + (u'(x))^2} dx$	☐
$x_2 - x_1 + u(x_1) - u(x_2) + \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (u'(x))^2} dx$	☐

- c) Beim Erwerb eines Grundstücks muss aufgrund der aktuellen Gesetzeslage Grunderwerbsteuer bezahlt werden. Die Höhe dieser Steuer richtet sich nach dem Grundstückswert.

Der Grundstückswert für das Grundstück am See beträgt € 1.640.000.

Die Grunderwerbsteuer wird folgendermaßen aus dem Grundstückswert errechnet:

- 0,5 % für die ersten € 250.000
- 2 % für die nächsten € 150.000
- darüber hinaus 3,5 % des Grundstückswerts, d. h., nur die Beträge über € 400.000 sind mit 3,5 % zu versteuern

- 1) Berechnen Sie die Grunderwerbsteuer für dieses Grundstück.

Möglicher Lösungsweg

a1) $\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$

a2) Mit diesem Ausdruck wird die Fahrzeit vom Punkt P zum Punkt S in Sekunden berechnet.

b1) $\int_0^{340} u(x) dx = 45881,8...$

Das Grundstück hat einen Flächeninhalt von rund 45882 m².

b2) $\frac{45881,8...}{3} = \int_0^{x_1} u(x) dx$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(x_1)_1 = 139,1...$

$((x_1)_2 = 646,4...)$

b3)

$x_2 - x_1 + u(x_1) + u(x_2) + \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (u'(x))^2} dx$	☒

c1) $250\,000 \cdot 0,005 + 150\,000 \cdot 0,02 + (1\,640\,000 - 400\,000) \cdot 0,035 = 47\,650$

Die Grunderwerbsteuer für dieses Grundstück beträgt € 47.650.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel

a2) 1 × C: für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit

b1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Flächeninhalts des gesamten Grundstücks

b2) 1 × B2: für das richtige Berechnen von x_1

b3) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

c1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Grunderwerbsteuer