

## Straßenbahn (2)\*

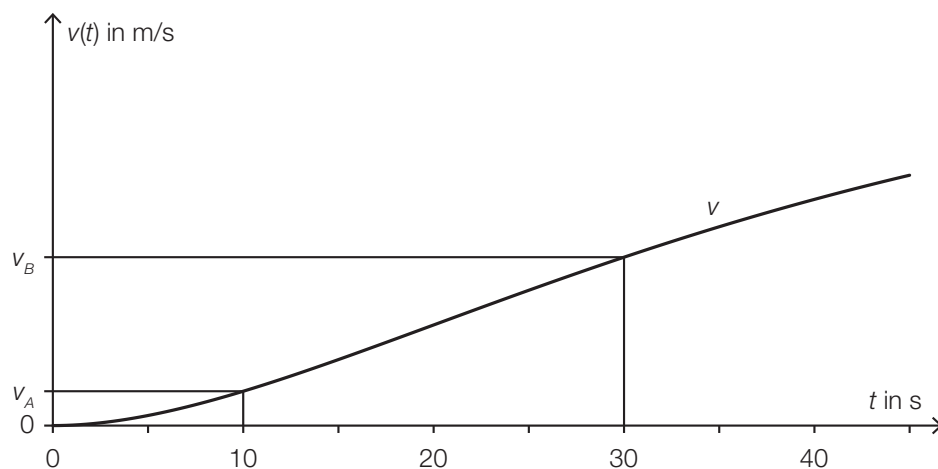
Aufgabennummer: B\_298

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Eine Straßenbahn fährt von einer Haltestelle los. Ihr Geschwindigkeitsverlauf für die ersten 45 Sekunden ist im nachstehenden Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm dargestellt.



$t$  ... Zeit in s

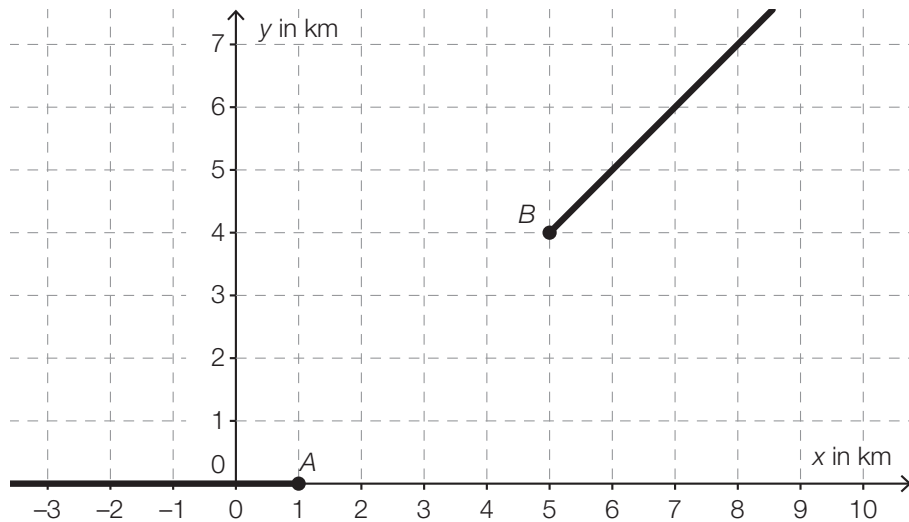
$v(t)$  ... Geschwindigkeit zur Zeit  $t$  in m/s

Die Geschwindigkeit der Straßenbahn nimmt im Zeitintervall  $[10; 30]$  linear zu.

- 1) Interpretieren Sie die Bedeutung der Steigung dieser linearen Funktion im gegebenen Sachzusammenhang.
- 2) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit der Straßenbahn 15 Sekunden nach Beginn der Fahrt aus  $v_A$  und  $v_B$ .

$v(15) =$  \_\_\_\_\_

- b) In der nachstehenden Abbildung sind 2 geradlinige Gleise, die im Punkt A bzw. im Punkt B enden, modellhaft in der Ansicht von oben dargestellt.



Diese Gleise sollen durch ein Gleisstück knickfrei verbunden werden. „Knickfrei“ bedeutet, dass die entsprechenden Funktionen an den Stellen, an denen sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben.

Diese Gleisverbindung soll durch eine Polynomfunktion  $g$  mit  $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$  modelliert werden ( $x, g(x)$  in km).

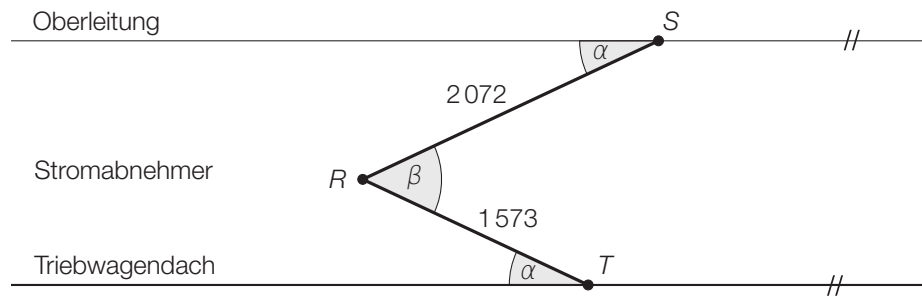
- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion  $g$ .

Mithilfe dieses Gleichungssystems erhält man:  $g(x) = -\frac{1}{16} \cdot x^3 + \frac{11}{16} \cdot x^2 - \frac{19}{16} \cdot x + \frac{9}{16}$

- 2) Berechnen Sie die Länge dieser Gleisverbindung zwischen den Punkten A und B.

- c) Straßenbahnen sind mit einem Stromabnehmer, der am Triebwagendach montiert ist, ausgestattet. Die nachstehende Abbildung zeigt einen Stromabnehmer mit den entsprechenden Maßangaben in Millimetern.

Es gilt:  $\alpha = 25,1^\circ$



- 1) Berechnen Sie den Winkel  $\beta$ .
- 2) Berechnen Sie den Abstand  $\overline{TS}$ .

## Möglicher Lösungsweg

a1) Die Steigung der linearen Funktion entspricht der Beschleunigung der Straßenbahn im betrachteten Zeitintervall.

$$\text{a2)} \quad v(15) = v_A + \frac{v_B - v_A}{4}$$

$$\text{b1)} \quad g'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$g(1) = 0$$

$$g(5) = 4$$

$$g'(1) = 0$$

$$g'(5) = 1$$

oder:

$$a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 0$$

$$a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 4$$

$$3 \cdot a \cdot 1^2 + 2 \cdot b \cdot 1 + c = 0$$

$$3 \cdot a \cdot 5^2 + 2 \cdot b \cdot 5 + c = 1$$

$$\text{b2)} \quad \int_1^5 \sqrt{1 + (g'(x))^2} dx = 5,778...$$

Die Länge dieser Gleisverbindung beträgt rund 5,78 km.

$$\text{c1)} \quad \beta = 2 \cdot \alpha = 50,2^\circ$$

$$\text{c2)} \quad \overline{TS} = \sqrt{2072^2 + 1573^2 - 2 \cdot 2072 \cdot 1573 \cdot \cos(50,2^\circ)} = 1610,8...$$

Der Abstand  $\overline{TS}$  beträgt rund 1611 mm.

## Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

a2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel für  $v(15)$

b1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte

1 × A2: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der 1. Ableitung

b2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Länge der Gleisverbindung zwischen den Punkten A und B

c1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Winkels  $\beta$

c2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Abstands  $\overline{TS}$