

Miststreuer

Aufgabennummer: B_286

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Ein Unternehmen stellt Miststreuer her. Die Produktion sowie der Verkauf werden innerhalb eines Jahres betrachtet.

- a) Das Unternehmen geht bezüglich eines speziellen Zusatzteils innerhalb eines Jahres von folgender Preis-Absatz-Funktion aus:

$$p(x) = -0,02 \cdot (x + 10)^2 + 288$$

x ... verkaufte Menge in Mengeneinheiten (ME)

$p(x)$... Preis bei x verkauften ME in Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME)

- Argumentieren Sie anhand der Funktionsgleichung, dass der Graph der Funktion p einen Hochpunkt hat.
- Berechnen Sie die Sättigungsmenge.
- Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung der erlösmaximierenden Menge auf.

- b) Die jährlichen Fixkosten für die Herstellung eines Produktionsteils des Miststreuers belaufen sich auf 8000 Geldeinheiten (GE).

Die variablen Gesamtkosten können durch folgende Funktion beschrieben werden:

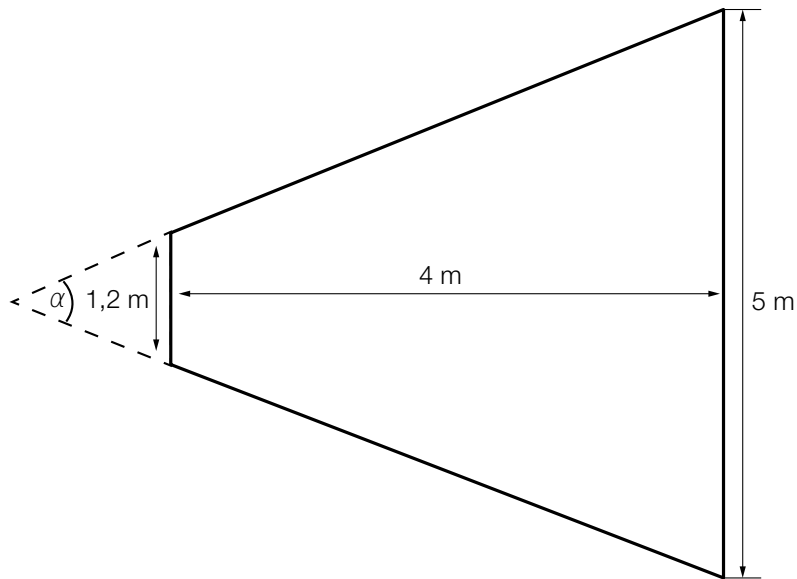
$$K_v(x) = 0,11 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 80 \cdot x \quad \text{mit } x \geq 0$$

x ... produzierte Mengeneinheiten (ME)

$K_v(x)$... variable Kosten in GE bei x produzierten ME

- Dokumentieren Sie, wie die langfristige Preisuntergrenze berechnet werden kann.
- Berechnen Sie dasjenige Intervall, in dem die Kostenfunktion degressiv verläuft.
- Interpretieren Sie die Stelle des Übergangs vom degressiven in den progressiven Verlauf der Kostenfunktion hinsichtlich der Veränderung der Kosten.

- c) Ein bestimmtes Miststreuer-Modell hat eine Breite von 1,2 m. Es streut im Stand bis zu einer Breite von rund 5 m. Dabei wirft es den Mist (wie in der nachstehenden Skizze ersichtlich) bis zu rund 4 m weit. Die dick umrandete Fläche der Skizze zeigt den Bereich, der vom stehenden Miststreuer bestreut wird.



– Berechnen Sie den Winkel α .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Da der Koeffizient $-0,02$ negativ ist, ist der Graph dieser quadratischen Funktion eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitel dieser Parabel ist daher der Hochpunkt.

Lösen der Gleichung $p(x) = 0$ ergibt: $x = 110$ bzw. $x = -130 \Rightarrow 110$ Stück ist die Sättigungsmenge.

$$p(x) = -0,02 \cdot (x + 10)^2 + 288 = -0,02 \cdot x^2 - 0,4 \cdot x - 2 + 288$$

$$E(x) = p(x) \cdot x$$

$$E(x) = -0,02 \cdot x^3 - 0,4 \cdot x^2 + 286 \cdot x$$

$$E'(x) = 0 \Rightarrow E'(x) = -0,06 \cdot x^2 - 0,8 \cdot x + 286 \Rightarrow -0,06 \cdot x^2 - 0,8 \cdot x + 286 = 0$$

- b) Man berechnet die Gesamtkostenfunktion durch Addition der variablen Kosten und der Fixkosten. Danach bestimmt man die Durchschnittskostenfunktion, indem man die Gesamtkostenfunktion durch x dividiert. Man berechnet die Nullstellen der 1. Ableitung der Durchschnittskostenfunktion. Die positive Nullstelle ist Minimumstelle der Durchschnittskostenfunktion. Die Durchschnittskosten an der Stelle des Minimums stellen die langfristige Preisuntergrenze dar.

$$K(x) = 0,11 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 8\,000$$

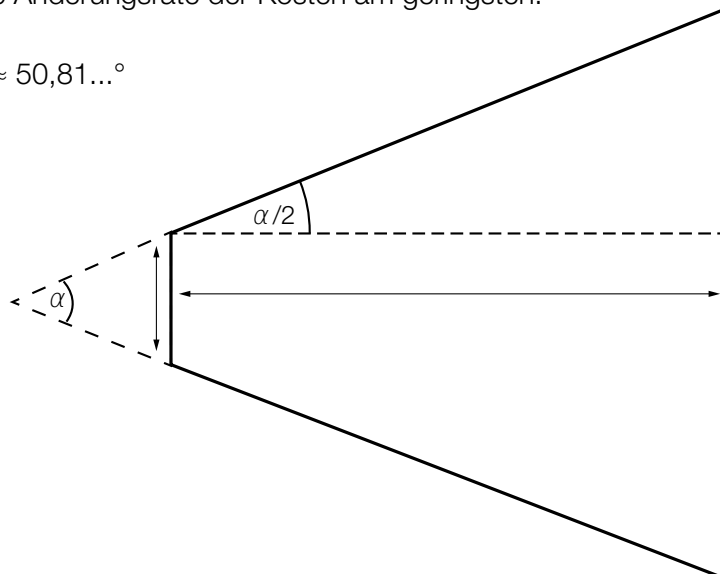
$$K''(x) = 0,66 \cdot x - 10 = 0 \Rightarrow x \approx 15,15 \text{ ME}$$

Die Funktion verläuft im Intervall $[0; 15,15]$ degressiv.

An dieser Stelle ist die lokale Änderungsrate der Kosten am geringsten.

c) $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{2,5 - 0,6}{4} \Rightarrow \alpha \approx 50,81...^\circ$

$$\alpha \approx 50,8^\circ$$



Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren, D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 1

Thema: Sonstiges

Quellen: —