

Kaffeeautomat*

Aufgabennummer: B_285

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Der Elternverein einer Schule entschließt sich, einen Kaffeeautomaten für Schüler/innen und Lehrer/innen anzuschaffen.

a) Die Kosten für den Kaffeeautomaten betragen € 5.500.

Der Elternverein erhält folgendes Leasingangebot:

- Anzahlung: € 1.000 bei Vertragsabschluss
- 48 Monatsraten zu je € 100
- Die Ratenzahlungen beginnen einen Monat nach Vertragsabschluss.
- Der Restwert in Höhe von € 900 ist gleichzeitig mit der letzten Rate zu bezahlen.

1) Berechnen Sie den effektiven Jahreszinssatz für dieses Angebot.

- b) Der Elternverein zahlt die Kosten für den Kaffeeautomaten in Höhe von € 5.500 sofort und darf dafür die Einnahmen behalten.

Der Kassier des Elternvereins legt seiner Berechnung folgende Annahmen zugrunde:

- Er rechnet mit 150 Bechern Kaffee pro Tag für 40 Schulwochen zu je 5 Tagen.
- Wareneinsatz pro Becher Kaffee: 30 Cent
- Verkaufspreis pro Becher Kaffee: 45 Cent
- Wartungskosten: € 1.400 pro Jahr
- Nach 4 Jahren soll der Kaffeeautomat um € 900 verkauft werden.

- 1) Tragen Sie die Einnahmen, Ausgaben und Rückflüsse in die nachstehende Tabelle ein.

Jahr	Einnahmen in Euro	Ausgaben in Euro	Rückflüsse in Euro
0			
1			
2			
3			
4			

Der Kassier nimmt einen kalkulatorischen Zinssatz von 1,8 % p. a. an.

- 2) Berechnen Sie den Kapitalwert.

- c) An 80 von insgesamt 200 Schultagen hat Chiara Nachmittagsunterricht.

An Schultagen mit Nachmittagsunterricht trinkt sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % Kaffee, an Schultagen ohne Nachmittagsunterricht beträgt diese Wahrscheinlichkeit 20 %.

- 1) Erstellen Sie für diesen Sachverhalt ein mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriftetes Baumdiagramm.
- 2) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet wird:

$$P(E) = \frac{120}{200} \cdot 0,8 = 0,48$$

- 3) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Chiara heute Nachmittagsunterricht hat unter der Voraussetzung, dass sie heute Kaffee getrunken hat.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1)} \quad 5500 = 1000 + 100 \cdot \frac{q_{12}^{48} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{48}} + \frac{900}{q_{12}^{48}}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1,0087\dots$

$$i = q_{12}^{12} - 1 = 0,1099\dots \approx 11,0 \%$$

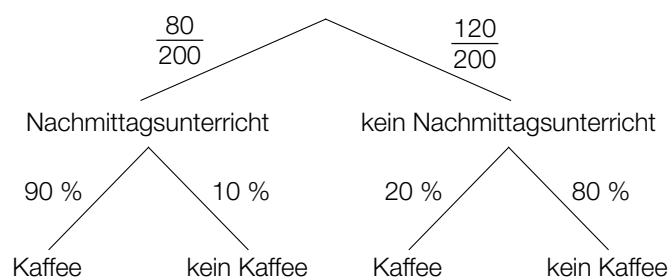
b1)

Jahr	Einnahmen in Euro	Ausgaben in Euro	Rückflüsse in Euro
0		5 500	-5 500
1	13 500	10 400	3 100
2	13 500	10 400	3 100
3	13 500	10 400	3 100
4	14 400	10 400	4 000

$$\text{b2)} \quad C_0 = 3100 \cdot 1,018^{-1} + 3100 \cdot 1,018^{-2} + 3100 \cdot 1,018^{-3} + 4000 \cdot 1,018^{-4} - 5500 = 7199,487\dots$$

Der Kapitalwert beträgt € 7.199,49.

c1)



c2) Chiara hat keinen Nachmittagsunterricht und trinkt keinen Kaffee.

$$\text{c3)} \quad P(\text{„Nachmittagsunterricht“} | \text{„Kaffee“}) = \frac{\frac{80}{200} \cdot 0,9}{\frac{80}{200} \cdot 0,9 + \frac{120}{200} \cdot 0,2} = 0,75$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für den richtigen Ansatz
1 × B: für die richtige Berechnung des effektiven Jahreszinssatzes
- b) 1 × A: für das richtige Eintragen der Einnahmen, Ausgaben und Rückflüsse in der Tabelle
1 × B: für die richtige Berechnung des Kapitalwerts
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen des Baumdiagramms
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses E im gegebenen Sachzusammenhang
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit