

Mixer*

Aufgabennummer: B_282

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Unternehmen stellt unterschiedliche Typen von Mixern her.

- a) Bei einem Stückpreis von € 65 können 2 000 Stabmixer pro Jahr verkauft werden.
Bei einem Verkauf von 2 500 Stabmixern kann ein Erlös in Höhe von € 131.250 pro Jahr erzielt werden.

Der Erlös beim Verkauf der Stabmixer kann durch eine quadratische Funktion E beschrieben werden:

$$E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

x ... Anzahl der verkauften Stabmixer

$E(x)$... Erlös bei x verkauften Stabmixern in €

- 1) Begründen Sie, warum in der Gleichung der Erlösfunktion der Parameter c gleich null sein muss.
 - 2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a und b der Erlösfunktion.
 - 3) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b .
 - 4) Berechnen Sie die Sättigungsmenge.
- b) Der Gewinn beim Verkauf der Handmixer kann durch die Funktion G beschrieben werden.
- $$G(x) = -0,1 \cdot x^3 - 1,9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 940$$
- x ... Absatzmenge in ME
 $G(x)$... Gewinn bei der Absatzmenge x in GE
- 1) Berechnen Sie die Gewinn Grenzen.
 - 2) Ermitteln Sie den maximalen Gewinn.
- Durch Veränderungen im Unternehmen können die Fixkosten um 200 GE gesenkt werden.
- 3) Erstellen Sie eine Gleichung der neuen Gewinnfunktion G_1 .

- c) Die Kosten bei der Produktion von Standmixern können durch die Funktion K beschrieben werden.

$$K(x) = 0,04 \cdot x^3 - 2,4 \cdot x^2 + 63 \cdot x + 940$$

x ... Produktionsmenge in ME

$K(x)$... Kosten bei der Produktionsmenge x in GE

- 1) Überprüfen Sie nachweislich, ob der Kostenverlauf bei einer Produktion von 25 ME progressiv oder degressiv ist.
- 2) Kreuzen Sie diejenige Gleichung an, deren Lösung das Betriebsoptimum ist. [1 aus 5]

$0 = 0,04 \cdot x^3 - 2,4 \cdot x^2 + 63 \cdot x + 940$	☐
$0 = 0,12 \cdot x^2 - 4,8 \cdot x + 63$	☐
$0 = 0,24 \cdot x - 4,8$	☐
$0 = 0,04 \cdot x^2 - 2,4 \cdot x + 63 + \frac{940}{x}$	☐
$0 = 0,08 \cdot x - 2,4 - \frac{940}{x^2}$	☐

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Parameter c muss null sein, da bei einem Absatz von null Stück auch der Erlös null ist.

a2) Erlös beim Absatz von 2000 Mixern: $2000 \cdot 65 = 130\,000$

$$E(2000) = 130\,000$$

$$E(2500) = 131\,250$$

oder:

$$2000^2 \cdot a + 2000 \cdot b = 130\,000$$

$$2500^2 \cdot a + 2500 \cdot b = 131\,250$$

a3) Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{1}{40} = -0,025$$

$$b = 115$$

a4) $E(x) = 0$

oder:

$$-0,025 \cdot x^2 + 115 \cdot x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 4\,600$$

Die Sättigungsmenge liegt bei 4 600 Stück.

b1) $G(x) = 0$

oder:

$$-0,1 \cdot x^3 - 1,9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 940 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 5 \text{ ME (untere Gewinnngrenze)}$$

$$x_2 = 32,9 \dots \text{ ME} \approx 33 \text{ ME (obere Gewinnngrenze)}$$

b2) $G'(x) = 0$

oder:

$$-0,3 \cdot x^2 - 3,8 \cdot x + 200 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = -32,9\dots)$$

$$x_2 = 20,2\dots$$

$$G(20,2\dots) = 1\,500,504\dots$$

Der maximale Gewinn beträgt rund 1.500,50 GE

b3) $G_1(x) = G(x) + 200 = -0,1 \cdot x^3 - 1,9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 740$

c1) $K''(x) = 0,24 \cdot x - 4,8$

$$K''(25) = 1,2 > 0$$

Da die 2. Ableitung für 25 ME positiv ist, ist der Kostenverlauf dort progressiv.

c2)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$0 = 0,08 \cdot x - 2,4 - \frac{940}{x^2}$	☒

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für die richtige Begründung
 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
 1 × B1: für die richtige Berechnung der Koeffizienten a und b
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Sättigungsmenge
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Gewinn Grenzen
 1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns
 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der neuen Gewinnfunktion G_1
- c) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung
 1 × C: für das richtige Ankreuzen