

Papierproduzent*

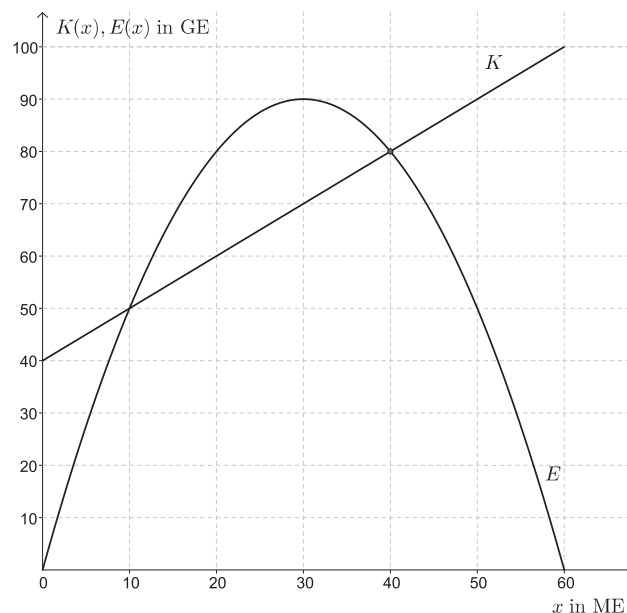
Aufgabennummer: B_281

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Papierproduzent stellt als Monopolist hochwertiges Urkundenpapier her. Die Kostenfunktion K für die Herstellung und die Erlösfunktion E für den Absatz dieses Produkts sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.



- a) – Stellen Sie die Funktionsgleichung dieser Kostenfunktion K auf.
 – Argumentieren Sie, welches Vorzeichen der Koeffizient a dieser Erlösfunktion E mit $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ haben muss.
- b) Das Verhalten der Erlösfunktion soll für die nachgefragte Menge 40 ME untersucht werden.
 – Zeichnen Sie in der obigen Grafik die Tangente an den Graphen der Erlösfunktion E an der Stelle $x = 40$ ein.
 – Lesen Sie die Steigung dieser Tangente ab.
 – Interpretieren Sie die Steigung dieser Tangente im Sachzusammenhang.
- c) Für die Stelle des Gewinnmaximums gilt, dass die Grenzkosten gleich dem Grenzerlös sind.
 – Begründen Sie diese Aussage.

Hinweis zur Aufgabe:

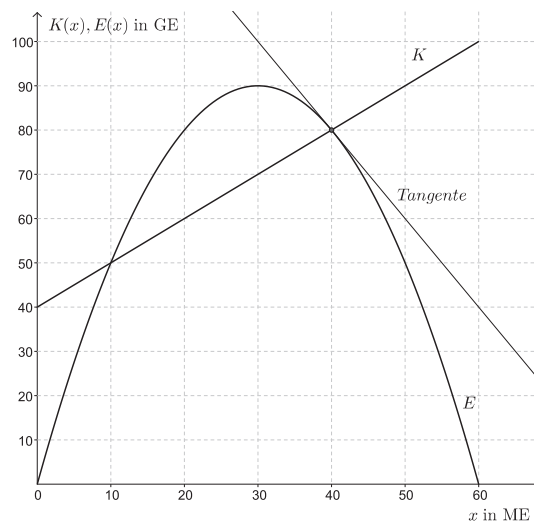
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Kostenfunktion: $K(x) = x + 40$

Erlösfunktion: Der Koeffizient a muss negativ sein, weil der Funktionsgraph der Erlösfunktion eine nach unten geöffnete Parabel ist.

b)



Steigung der Tangente: $k = -2$

Toleranzbereich: $[-2,5; -1,5]$

Wird die Absatzmenge um 1 ME erhöht, sinkt der Erlös näherungsweise um 2 GE.

c) $G(x) = E(x) - K(x)$

An der Stelle des Gewinnmaximums gilt: $G'(x) = 0$.

$$G'(x) = 0 = E'(x) - K'(x)$$

$$\text{Also: } E'(x) = K'(x).$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung
1 × D: für die richtige Argumentation zum Vorzeichen des Koeffizienten a
- b) 1 × A: für das richtige Einzeichnen der Tangente
1 × C1: für das richtige Ablesen der Steigung der Tangente im Toleranzbereich $[-2,5; -1,5]$
1 × C2: für die richtige Interpretation der Steigung der Tangente im Sachzusammenhang
- c) 1 × D: für die richtige Begründung