

Verbinder

Aufgabennummer: B_274

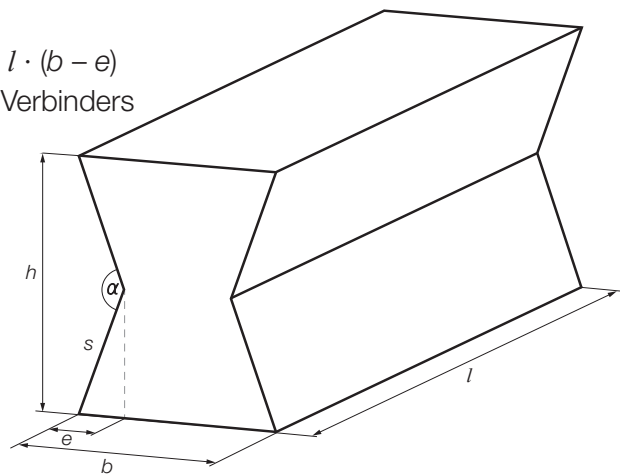
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Symmetrische Verbinder in Doppelkeilform dienen zum sicheren und schnellen Verbinden zweier Holzteile.

- a) – Zeigen Sie, wie man die Formel $V = h \cdot l \cdot (b - e)$ für die Berechnung des Volumens des Verbinders erhält.
 – Berechnen Sie die Länge der Kante s für die Höhe $h = 7 \text{ mm}$ und den Winkel $\alpha = 140^\circ$.

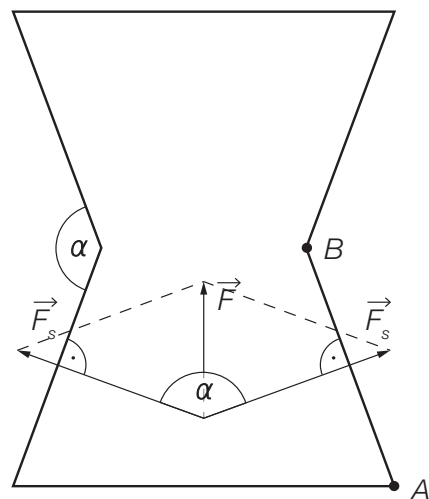


- b) In der nebenstehenden Abbildung sind die Querschnittsfläche des Verbinders und auftretende Kräfte dargestellt.

- Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Betrags der Kraft $\vec{F}_s$ anhand des Kräfteparallelogramms in der nebenstehenden Abbildung in Abhängigkeit vom Winkel α und vom Betrag der Kraft $\vec{F}$ auf.

$$F_s = \underline{\hspace{5cm}}$$

- Argumentieren Sie anhand dieser Formel, wie sich eine Verkleinerung des Winkel α auf F_s auswirkt.

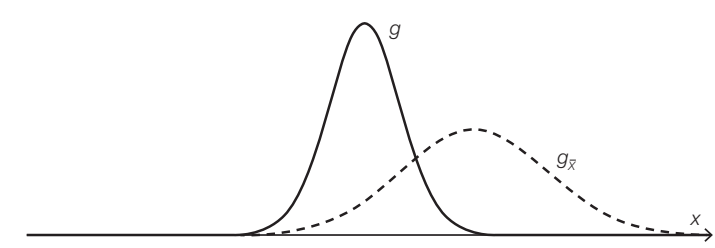
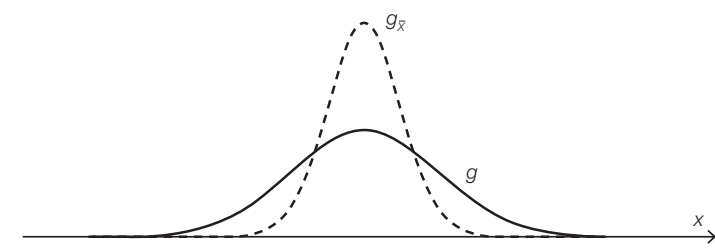
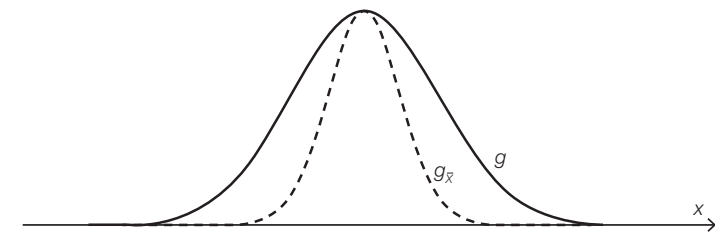
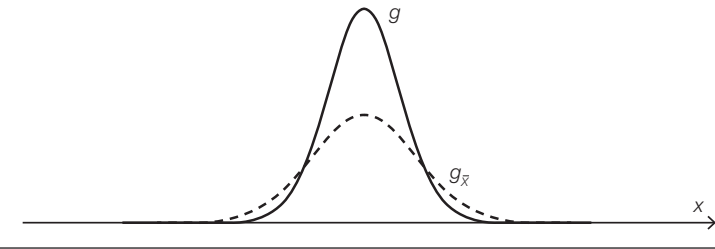
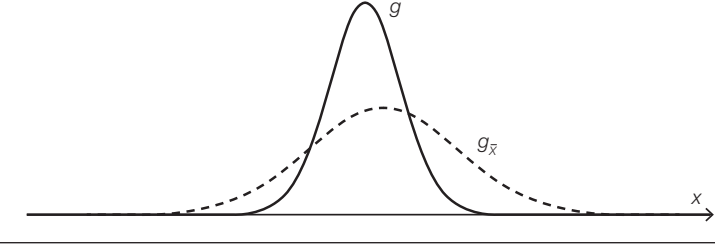


- c) Die Breiten der Verbinder eines bestimmten Herstellers sind normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 5,5 \text{ mm}$ und der Standardabweichung $\sigma = 0,5 \text{ mm}$. Einer umfangreichen Lieferung solcher Verbinder werden Zufallsstichproben vom Umfang $n = 20$ entnommen und es werden die Stichprobenwerte ermittelt.

- Berechnen Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreuungsbereich, in dem erwartungsgemäß 95 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.

d) In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Dichtefunktion g einer normalverteilten Grundgesamtheit und der Graph der Dichtefunktion $g_{\bar{x}}$ der zugehörigen Verteilung der Stichprobenmittelwerte von Stichproben mit $n = 20$ dargestellt.

– Kreuzen Sie diejenige Grafik an, in der die beiden Funktionsgraphen zueinander passend dargestellt sind. [1 aus 5]

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Die Querschnittsfläche des Verbinders ist ein Rechteck reduziert um zwei Dreiecke.

$$A = b \cdot h - 2 \cdot \frac{h \cdot e}{2}$$

$$V = \left(b \cdot h - 2 \cdot \frac{h \cdot e}{2} \right) \cdot l = b \cdot h \cdot l - h \cdot e \cdot l = h \cdot l \cdot (b - e)$$

Länge der Kante s:

$$s = \frac{h}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 3,72 \dots$$

Die Länge der Kante s beträgt rund 3,7 mm.

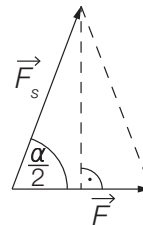
b) $F_s^2 = F^2 + F_s^2 - 2 \cdot F \cdot F_s \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ *oder*

$$2 \cdot F \cdot F_s \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = F^2$$

$$F = 2 \cdot F_s \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{F}{2 \cdot F_s}$$

$$F_s = \frac{F}{2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$



$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{F}{2}}{F_s}$$

$$F_s = \frac{\frac{F}{2}}{2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Bei einem kleineren Winkel α wird F_s kleiner, da die Funktionswerte von $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ größer werden und der Quotient $\frac{F}{2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$ kleiner wird.

c) $\mu = 5,5 \text{ mm}$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,5}{\sqrt{20}} \text{ mm}$$

Zweiseitigen 95-%-Zufallsstrebereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

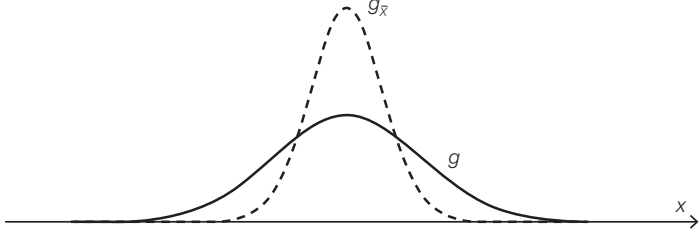
$$\mu \pm u_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$5,5 \pm 1,959 \dots \cdot \frac{0,5}{\sqrt{20}}$$

$$5,2808 \dots \leq \bar{X} \leq 5,7191 \dots$$

Der Mittelwert einer zufällig ausgewählten Stichprobe liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % im Bereich von 5,28 mm bis 5,72 mm.

d)

[...]	
	☐
[...]	
[...]	
[...]	

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 5 Stochastik
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) mittel
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 2
- c) 2
- d) 1

Thema: Sonstiges

Quellen: —