

Kleinwald

Aufgabennummer: B_273

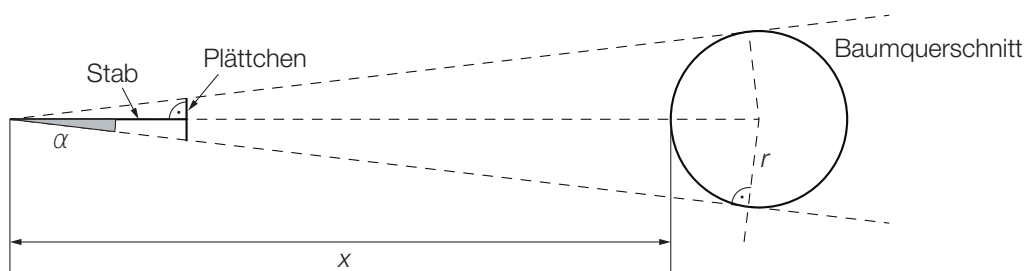
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Um ein zusätzliches Einkommen zu erwirtschaften, kauft ein Landwirt eine kleine Waldfläche.

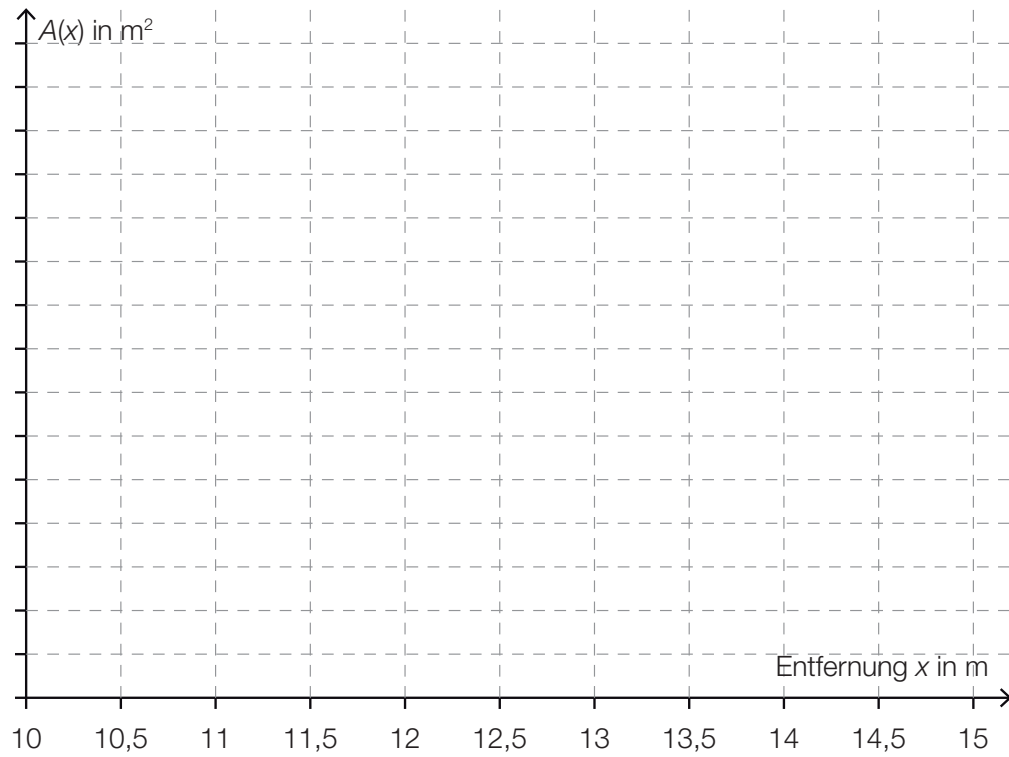
- a) Er erwirbt eine Waldfläche mit einem Flächeninhalt von 18,6 Hektar (ha). Der Preis liegt bei € 0,95 pro Quadratmeter; der durchschnittliche Erlös pro Jahr soll € 300 pro Hektar betragen. Der Landwirt legt den Erlös an jedem Jahresende auf ein Sparbuch mit einem Jahreszinssatz i .
- Berechnen Sie den Kaufpreis.
 - Erstellen Sie eine Gleichung, mit deren Hilfe man die Zeitdauer in Jahren, bis der Landwirt Gewinn erzielt, berechnen kann.
 - Berechnen Sie den Gewinn 40 Jahre nach dem Kauf des Waldes bei einem Zinssatz von 0,8 % p. a.
- b) Für eine Abschätzung des Holzvolumens eines Baumes kann man die sogenannte „Winkelzählprobe“ verwenden. Dafür wird ein 1 m langer Stab verwendet, an dessen Ende ein 4 cm breites Plättchen symmetrisch im rechten Winkel zum Stab montiert ist. Man hält dieses Gerät waagrecht und bewegt sich damit in die richtige Position, bei der die Breite des Baums durch das Plättchen verdeckt wird (siehe nachstehende Skizze – Sicht von oben).



- Berechnen Sie den Winkel α .
- Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Baumradius r in Abhängigkeit von x und α auf.

$r =$ _____

- Zeichnen Sie die Funktion A des Flächeninhalts des Baumquerschnitts in Abhängigkeit von der Entfernung x mit entsprechender Skalierung der vertikalen Achse in das nachstehende Koordinatensystem ein.



- c) Der Landwirt hat ermittelt, dass er die Höhe der Bäume annähernd mithilfe der folgenden Funktion beschreiben kann:

$$h(d) = 194,85 + 221,89 \cdot \ln(d)$$

d ... Durchmesser eines Baums auf Brusthöhe in Zentimetern (cm) mit $d \in [3; 14]$

$h(d)$... Baumhöhe in cm bei einem Durchmesser d

Bei einem Baum wird ein Durchmesser von 5 cm gemessen. Nach einiger Zeit weist der Baum einen Durchmesser d_0 auf.

- Stellen Sie eine Formel auf, mit der man die mittlere Änderungsrate der Baumhöhe bei dieser Durchmesseränderung berechnen kann.

$k =$ _____

- Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, mit dem die lokale Änderungsrate der Baumhöhe berechnet werden kann. [1 aus 5]

$194,85 + 221,89 \cdot e^d$	☐
$\frac{221,89}{d}$	☐
$221,89 \cdot \ln(d)$	☐
$194,85 + \frac{221,89}{d}$	☐
$221,89 \cdot d$	☐

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) K ... Kaufpreis

$$K = 18,6 \cdot 100^2 \cdot 0,95 = 176\,700$$

Der Kaufpreis beträgt € 176.700.

$$q = 1 + i$$

n ... Zeit in Jahren

$$176\,700 = 5\,580 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot \frac{1}{q^n}$$

Berechnung des Gewinns nach 40 Jahren:

$$5\,580 \cdot \frac{1,008^{40} - 1}{0,008} - 176\,700 \cdot 1,008^{40} = 18\,795,561\dots$$

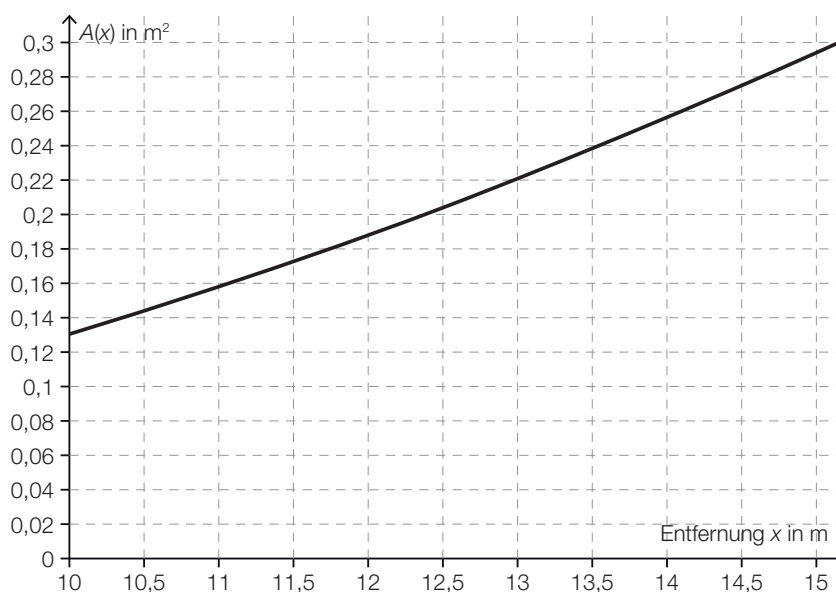
Der Gewinn beträgt € 18.795,56.

b) $\tan(\alpha) = \frac{2}{100} \Rightarrow \alpha = 1,1457\dots^\circ$

Der Winkel beträgt rund $1,146^\circ$.

$$\sin(\alpha) = \frac{r}{x + r} \Rightarrow r = \frac{x \cdot \sin(\alpha)}{1 - \sin(\alpha)}$$

$$A(x) = \left(\frac{x \cdot \sin(\alpha)}{1 - \sin(\alpha)} \right)^2 \cdot \pi \quad \text{mit } \sin(\alpha) \approx 0,019996$$



c) k ... mittlere Änderungsrate der Baumhöhe

$$h(5) = 194,85 + 221,89 \cdot \ln(5) = 551,9... \Rightarrow k = \frac{194,85 + 221,89 \cdot \ln(d_0) - 551,9...}{d_0 - 5}$$

oder:

$$k = \frac{h(d_0) - h(5)}{d_0 - 5}$$

[...]	
$\frac{221,89}{d}$	☒
[...]	
[...]	
[...]	

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) schwer
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 2

Thema: Forstwirtschaft

Quellen: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kleinwald> (Stand vom 28. Juni 2015 um 18:41 Uhr)
<http://www.lagerhaus.at/wie-viel-holz-steht-in-meinem-wald+2500+1066813>