

Tischlereibetrieb

Aufgabennummer: B_269

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Tischlereibetrieb produziert Tischgruppen (Tisch und Sessel), die österreichweit vertrieben werden sollen.

- a) Die Kosten für die Produktion eines bestimmten Tischgruppenmodells lassen sich durch die Kostenfunktion K beschreiben:

$$K(x) = \frac{x^3}{300} - x^2 + 200 \cdot x + 9000$$

Folgende Preis-Absatz-Funktion p beschreibt den Zusammenhang zwischen Absatz und Preis für dieses Tischgruppenmodell:

$$p(x) = -\frac{10}{3} \cdot x + 875$$

x ... Tischgruppenmodelle in Mengeneinheiten (ME)

$K(x)$... Kosten bei x ME in Geldeinheiten (GE)

$p(x)$... Preis bei x ME in GE/ME

- Erstellen Sie eine Gleichung der Gewinnfunktion.
- Ermitteln Sie, bei welcher Menge der maximale Gewinn erreicht wird.
- Ermitteln Sie die Durchschnittskosten für die gewinnmaximierende Menge.
- Dokumentieren Sie in Worten, wie man die langfristige Preisuntergrenze berechnen kann.

- b) Für ein anderes Produkt wurde eine fehlerhafte Kostenfunktion erstellt:

$$K(x) = \frac{x^3}{300} - x^2 + 96 \cdot x + 9000$$

- Erklären Sie mithilfe des Graphen der Ableitungsfunktion K' , warum diese Funktion keine Grenzkostenfunktion einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion ist.

- c) Die Nachfragefunktion ordnet dem Stückpreis die Nachfragemenge zu.
Als Modell für die Nachfragefunktion für eine spezielle Tischgruppe verwendet man eine Polynomfunktion 2. Grades:

$$x(p) = a \cdot p^2 + b \cdot p + c$$

p ... Stückpreis in GE/ME

$x(p)$... nachgefragte Menge in ME bei einem Preis p in GE/ME

Folgende Daten wurden erhoben: Bei einem Preis von 1 000 GE/ME besteht eine Nachfrage von 6 600 ME. Bei einem Preis von 1 200 GE/ME ist die lokale Änderungsrate der Nachfrage -3 ME pro ME/GE und ab einem Preis von 2 500 GE besteht keine Nachfrage.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem eine Gleichung der Nachfragefunktion berechnet werden kann.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Nachfragefunktion.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

$$a) \quad G(x) = E(x) - K(x) = \left(-\frac{10}{3} \cdot x + 875\right) \cdot x - \left(\frac{x^3}{300} - x^2 + 200 \cdot x + 9000\right)$$

$$G(x) = -\frac{x^3}{300} - \frac{7}{3} \cdot x^2 + 675 \cdot x - 9000$$

$$G'(x) = -\frac{x^2}{100} - \frac{14}{3} \cdot x + 675 = 0 \Rightarrow x = 115,87\dots$$

Der maximale Gewinn wird bei rund 116 ME erzielt.

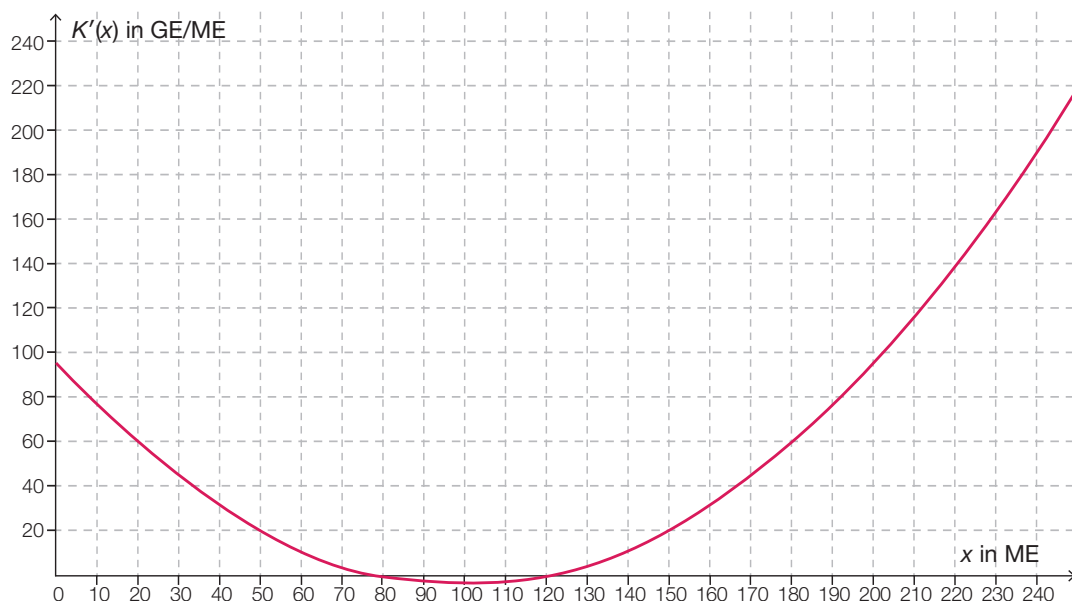
$$\frac{K(x)}{x} = \frac{x^2}{300} - x + 200 + \frac{9000}{x} \Rightarrow \bar{K}(115,87\dots) \approx 206,55$$

Die Durchschnittskosten pro ME betragen rund 206,55 GE.

Man berechnet die Nullstelle der 1. Ableitung der Stückkostenfunktion.

Dieser Wert wird in die Stückkostenfunktion eingesetzt. Die sich daraus ergebenden Stückkosten in GE/ME stellen die langfristige Preisuntergrenze dar.

$$b) \quad K'(x) = \frac{x^2}{100} - 2 \cdot x + 96$$



Der Funktionsgraph von K' kann keine Grenzkostenfunktion einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion sein, weil eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion streng monoton wachsend ist und daher die Grenzkostenfunktion keine negativen Funktionswerte hat.

$$c) \quad 6600 = a \cdot 1000^2 + b \cdot 1000 + c$$

$$-3 = a \cdot 2 \cdot 1200 + b$$

$$0 = a \cdot 2500^2 + b \cdot 2500 + c$$

Mittels Technologieeinsatz:

$$x(p) \approx -0,00127 \cdot p^2 + 0,0545 \cdot p + 7818,18$$

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren, C Interpretieren und Dokumentieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 2
- c) 2

Thema: Wirtschaft

Quellen: —