

Oberflächenspannung von Wasser

Aufgabennummer: B_268

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Die Oberfläche von Wasser verhält sich ähnlich einer gespannten, elastischen Folie. Diese Oberflächenspannung von Wasser ist abhängig von dessen Temperatur und kann näherungsweise durch die folgende Funktion σ beschrieben werden:

$$\sigma(T) = 59,2 + 53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - T}{273,15}\right) \text{ mit } 273,15 \leq T \leq 370$$

T ... Wassertemperatur in Kelvin (K)

$\sigma(T)$... Oberflächenspannung bei der Wassertemperatur T in Mikronewton pro Meter ($\mu\text{N/m}$)

273,15 Kelvin entsprechen 0 °C.

Eine Temperaturveränderung um 1 Kelvin entspricht einer Veränderung um 1 °C.

- a)
- Berechnen Sie die Oberflächenspannung von Wasser bei 25 °C.
 - Erklären Sie mithilfe der Funktionsgleichung, warum die Oberflächenspannung mit steigender Wassertemperatur abnimmt.
 - Berechnen Sie die Funktionswerte der 1. Ableitung von σ für $T = 274 \text{ K}$ und für $T = 350 \text{ K}$.
 - Vergleichen Sie die Ergebnisse der berechneten Werte im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Ausgehend von $\sigma(T) = 59,2 + 53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - T}{273,15}\right)$ wurden Umformungen durchgeführt.

– Kreuzen Sie diejenige Umformung an, die korrekt ist. [1 aus 5]

$e^{\sigma(T)} = e^{59,2} + 53,8 \cdot \left(\frac{644 - T}{273,15}\right)$	☐
$\sigma(T) - 59,2 = 53,8 \cdot \frac{\ln(644 - T)}{\ln(273,15)}$	☐
$273,15 \cdot e^{\frac{\sigma(T) - 59,2}{53,8}} = 644 - T$	☐
$\frac{\sigma(T)}{53,8} = 59,2 + \ln(644 - T) - \ln(273,15)$	☐
$\sigma(T) - 59,2 + \ln(273,15) = 53,8 \cdot \ln(644 - T)$	☐

c) Es soll eine Funktion σ_1 ermittelt werden, deren Funktionswerte mit jenen der Funktion σ übereinstimmen, wobei die Wassertemperatur in der Funktion σ_1 jedoch in der Einheit °C verwendet werden soll.

T_c ... Wassertemperatur in °C

$\sigma_1(T_c)$... Oberflächenspannung bei der Wassertemperatur T_c in $\mu\text{N/m}$

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung von T_c auf.

d) Die Oberflächenspannung in Abhängigkeit von der Temperatur kann vereinfacht auch durch eine lineare Funktion beschrieben werden.

Temperatur in K	275	285	295	305	315	325	335	345	355
Oberflächenspannung in $\mu\text{N/m}$	75,38	73,90	72,38	70,82	69,21	67,55	65,83	64,06	62,23

– Ermitteln Sie für diese Daten eine lineare Ausgleichsfunktion.

– Interpretieren Sie die Steigung dieser Ausgleichsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $\sigma(298,15) = 71,89\dots$

Die Oberflächenspannung beträgt bei 25 °C (298,15 K) ungefähr 71,9 $\mu\text{N/m}$.

Steigt T , wird der Bruch $\frac{644 - T}{273,15}$ kleiner, und damit sinkt auch $53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - T}{273,15}\right)$.
Es wird also ein immer kleiner werdender Wert zu 59,2 addiert.

$$\sigma'(274) \approx -0,1454 \frac{\mu\text{N/m}}{\text{K}}$$

$$\sigma'(350) \approx -0,183 \frac{\mu\text{N/m}}{\text{K}}$$

Die Oberflächenspannung sinkt mit steigender Wassertemperatur bei 350 K stärker als bei 274 K.

b)

[...]	
[...]	
$273,15 \cdot e^{\frac{\sigma(T) - 59,2}{53,8}} = 644 - T$	☒
[...]	
[...]	

c) $\sigma_1(T_c) = 59,2 + 53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - (273,15 + T_c)}{273,15}\right)$

d) Ermittlung durch lineare Regression: $\sigma(T) = -0,16\dots \cdot T + 120,74\dots$
Bedeutung der Steigung: Nimmt die Temperatur um 1 K zu, nimmt die Oberflächenspannung um rund 0,16 $\mu\text{N/m}$ ab.

Klassifikation

☐ Teil A☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) —
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren
- b) —
- c) —
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 1
- c) 1
- d) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: —