

Sport und Gesundheit*

Aufgabennummer: B_254

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Die Höhe eines Golfballs über dem horizontalen Boden in Abhängigkeit von der Zeit seit dem Abschlag kann näherungsweise durch eine Funktion h beschrieben werden:

$$h(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

t ... Zeit seit dem Abschlag in s

$h(t)$... Höhe des Golfballs über dem Boden zur Zeit t in m

v_0 ... Abschlaggeschwindigkeit in m/s

α ... Abschlagwinkel

g ... Erdbeschleunigung in m/s² (konstant)

- Zeigen Sie, dass der Golfball zur Zeit $t = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$ die maximale Höhe über dem Boden erreicht.
- Berechnen Sie für $v_0 = 60$ m/s, $\alpha = 30^\circ$ und $g = 9,81$ m/s² denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Golfball wieder auf dem Boden aufkommt.

Die Schlagweite w (in m) kann mithilfe der folgenden Formel berechnet werden:

$$w = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)$$

- Argumentieren Sie ausgehend von dieser Formel, dass bei konstanter Abschlaggeschwindigkeit v_0 die Schlagweite maximal ist, wenn $\alpha = 45^\circ$ beträgt.
- Geben Sie an, wie sich die Schlagweite bei konstantem Abschlagwinkel α verändert, wenn man die Abschlaggeschwindigkeit v_0 verdreifacht.

- b) Die *Vitalkapazität* ist eine Kenngröße für die Funktion der Lunge.

Ein sportmedizinisches Institut berechnet den Sollwert der Vitalkapazität eines erwachsenen Mannes mithilfe folgender Formel:

$$V_m = (27,63 - 0,112 \cdot x) \cdot y$$

V_m ... Sollwert der Vitalkapazität in cm³

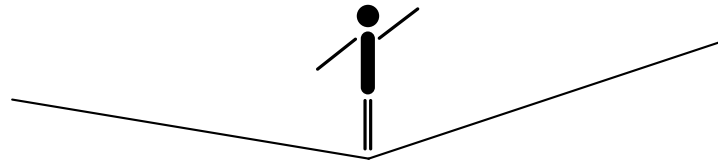
x ... Alter in Jahren

y ... Körpergröße in cm

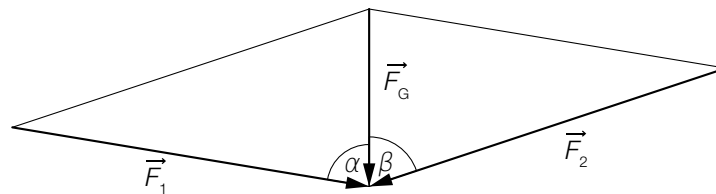
- Ermitteln Sie, um wie viel Liter der Sollwert der Vitalkapazität eines 180 cm großen erwachsenen Mannes in einem Zeitraum von 10 Jahren sinkt.

c) *Slacklines* ist eine Trendsportart, bei der man auf einem gespannten Gurtband, der sogenannten *Slackline*, balanciert.

Eine Slackline wird über einen See gespannt. Ein sportlicher Badegast versucht, über die Slackline den See zu queren, ohne dabei ins Wasser zu fallen.



Das zugehörige Kräfteparallelogramm ist nachfolgend dargestellt:



$\vec{F}_G$... Gewichtskraft der Person auf dem Seil

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$... Seilkräfte

Im Folgenden wird für Kräfte die Schreibweise $|\vec{F}| = F$ verwendet.

– Berechnen Sie F_2 für $F_G = 588,6$ Newton, $\alpha = 82^\circ$ und $\beta = 75^\circ$.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $h'(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t$

$$h'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

(Da es sich beim Graphen der Funktion h um eine nach unten geöffnete Parabel handelt, muss der Nachweis, dass es sich dabei um eine Maximumstelle handelt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, nicht erbracht werden.)

$$0 = 60 \cdot \sin(30^\circ) \cdot t - \frac{9,81}{2} \cdot t^2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$(t_1 = 0), t_2 = 6,11 \dots$$

Der Golfball kommt nach etwa 6,1 s wieder auf dem Boden auf.

Die Wurfweite ist umso größer, je größer $\sin(2 \cdot \alpha)$ ist; der maximale Wert dieses Ausdrucks ist 1:

$$\sin(2 \cdot \alpha) = 1 \Rightarrow 2 \cdot \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Die Schlagweite ist bei dreifacher Abschlaggeschwindigkeit 9-mal so groß.

b) Der Sollwert der Vitalkapazität sinkt um $0,112 \cdot 10 \cdot 180 \text{ cm}^3 = 0,2016 \text{ L}$.

c) $F_2 = \frac{588,6 \cdot \sin(82^\circ)}{\sin(23^\circ)} = 1491,7 \dots$

$$F_2 \approx 1492 \text{ N}$$

Lösungsschlüssel

a) 1 × D1: für den richtigen Nachweis zur maximalen Höhe

1 × B: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts

1 × D2: für die richtige Argumentation

1 × C: für die richtige Beschreibung

b) 1 × B: für das richtige Ermitteln desjenigen Wertes, um den der Sollwert der Vitalkapazität sinkt

1 × A: für das richtige Übertragen des Ergebnisses in die Einheit Liter

c) 1 × B: für die richtige Berechnung von F_2