

Blockflöte

Aufgabennummer: B_239

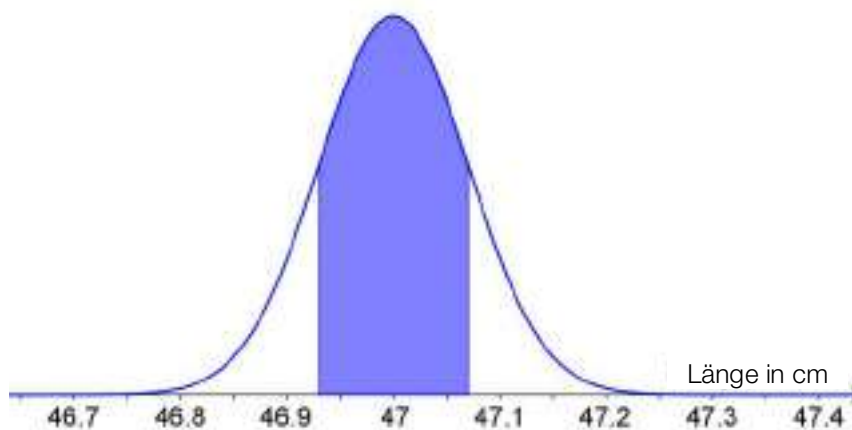
Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Die Blockflöte ist ein Holzblasinstrument.

- a) Für die Qualität des Klanges ist die Länge einer Blockflöte sehr wichtig. Die Längen der produzierten Blockflöten können annähernd als normalverteilt angenommen werden. Die unten blau dargestellte Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit der Sigmaumgebung um den Erwartungswert ($\mu \pm \sigma$).



- Lesen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung aus der Grafik ab.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Länge einer Blockflöte kleiner als 46,9 cm ist.

- b) Die Tonhöhe eines Tones, der mit einer Holzblockflöte erzeugt wird, ändert sich mit der Temperatur. Die Tonhöhenänderung wird in Cent angegeben. Eine Messung hat folgende Werte ergeben:

Temperatur in °C	19	21	24	25	29	31
Tonhöhenänderung in Cent	0	6	15	18	30	36

Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Tonhöhenänderung soll mithilfe einer Funktion modelliert werden.

T ... Temperatur in °C

$f(T)$... Tonhöhenänderung in Cent bei der Temperatur T in °C

- Zeichnen Sie die in der Tabelle gegebenen Datenpunkte in ein geeignetes Koordinatensystem.

– Kreuzen Sie diejenige Funktion an, die den Zusammenhang korrekt beschreibt. [1 aus 5]

$f(T) = 3T - 57$	☐
$f(T) = -3T + 19$	☐
$f(T) = 6T + 19$	☐
$f(T) = 6T + 57$	☐
$f(T) = 3T + 19$	☐

– Erklären Sie, warum die Messdaten durch ein lineares und nicht durch ein exponentielles Modell beschrieben werden können.

- c) Die Schallgeschwindigkeit beeinflusst die Tonhöhe der Blockflöte. Der Zusammenhang zwischen der Schallgeschwindigkeit und der Temperatur kann durch die folgende Funktion c dargestellt werden:

$$c(T) = 331,5 \cdot \sqrt{1 + \frac{T}{273,15}}$$

T ... Temperatur in °C

$c(T)$... Schallgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s) bei einer Temperatur T in °C

- Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Schallgeschwindigkeit von 19 °C bis 35 °C.
- Dokumentieren Sie, wie man die Steigung der Tangente an die Funktion c an der Stelle $T = 20$ °C berechnen kann.

- d) In einer Schulklasse von 31 Schülerinnen/Schülern spielen 15 Blockflöte, 12 Querflöte und 14 Gitarre. 6 Schüler/innen spielen Blockflöte und Querflöte, 7 spielen Querflöte und Gitarre, 5 spielen Blockflöte und Gitarre. 4 Schüler/innen spielen sowohl Blockflöte als auch Querflöte und Gitarre.

B ... Menge der Schüler/innen, die Blockflöte spielen

Q ... Menge der Schüler/innen, die Querflöte spielen

G ... Menge der Schüler/innen, die Gitarre spielen

- Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm, das den beschriebenen Sachverhalt darstellt.

- Ordnen Sie den beiden angegebenen Mengen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu. [2 zu 4]

$B \setminus (Q \cup G)$	☐
$(B \cap Q) \setminus G$	☐

A	die Menge der Schüler/innen, die Gitarre oder Querflöte, aber nicht Blockflöte spielen
B	die Menge der Schüler/innen, die Querflöte und Blockflöte, aber nicht Gitarre spielen
C	die Menge der Schüler/innen, die Querflöte, aber nicht Gitarre und nicht Blockflöte spielen
D	die Menge der Schüler/innen, die Blockflöte, aber nicht Querflöte und nicht Gitarre spielen

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

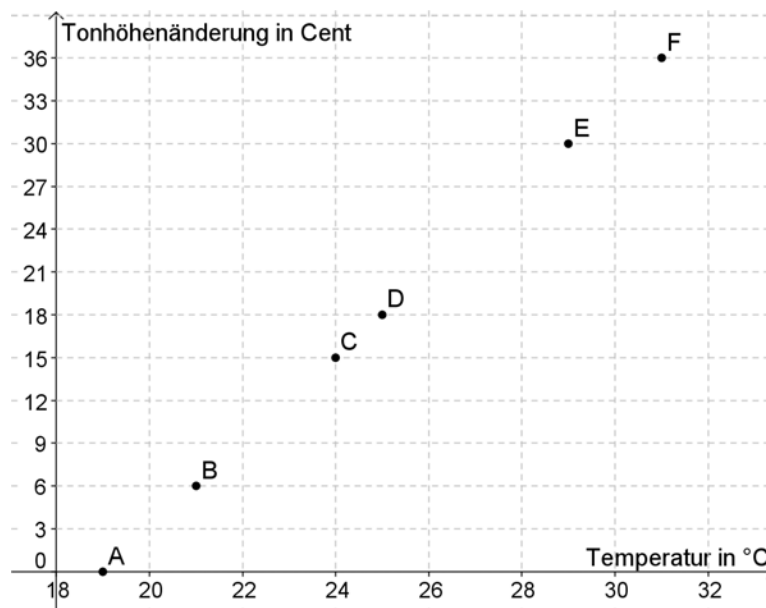
Möglicher Lösungsweg

- a) $\mu = 47 \text{ cm}$ Toleranz für μ : $\pm 0,01 \text{ cm}$
 $\sigma = 0,075 \text{ cm}$ Toleranz für σ : $\pm 0,01 \text{ cm}$

$$P(X \leq 46,9) \approx 0,0912$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 9,12 % wird eine Blockflöte, die kleiner als 46,9 cm ist, produziert.

b)



$f(T) = 3T - 57$	☒
	☐
	☐
	☐
	☐

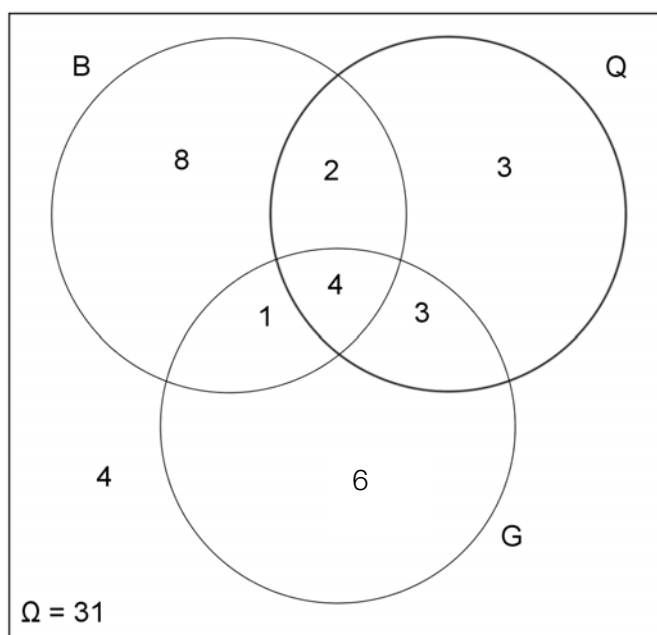
Die Tonhöhe steigt konstant um 3 Cent pro Grad. Bei einer Exponentialfunktion würde pro Grad die gleiche relative Änderung stattfinden.

c) $\frac{c(35) - c(19)}{35 - 19} \approx 0,579$

Die Schallgeschwindigkeit ändert sich um rund 0,579 m/s pro Grad Celsius.

Die Steigung der Tangente der Stelle $T = 20$ entspricht der 1. Ableitung der Funktion an dieser Stelle. Durch Einsetzen der Temperatur 20 °C in die 1. Ableitung erhält man die Steigung der Tangente.

d)



Am Venn-Diagramm erkennt man, dass es insgesamt 27 Schüler/innen gibt, die ein oder mehrere Instrumente spielen. Also gibt es 4 Schüler/innen, die keines dieser Instrumente spielen.

$B \setminus (Q \cup G)$	$\mathcal{D}$
$(B \cap Q) \setminus G$	$\mathcal{B}$

A	die Menge der Schüler/innen, die Gitarre oder Querflöte, aber nicht Blockflöte spielen
B	die Menge der Schüler/innen, die Querflöte und Blockflöte, aber nicht Gitarre spielen
C	die Menge der Schüler/innen, die Querflöte, aber nicht Gitarre und nicht Blockflöte spielen
D	die Menge der Schüler/innen, die Blockflöte, aber nicht Querflöte und nicht Gitarre spielen

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis
- d) 1 Zahlen und Maße

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren, B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) schwer
- d) schwer

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 2
- d) 2

Thema: Musik

Quellen: <http://de.wikipedia.org/wiki/Blockfl%C3%B6te>
<http://www.sengpielaudio.com/Rechner-tonhoeheanderung.htm>