

Klassische Gitarre

Aufgabennummer: B_233

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Eine Gitarre wird standardmäßig gleichstufig (= gleichtemperiert) gestimmt. Dabei wird die Oktave (= Tonumfang von 8 Tönen) in 12 identische Halbtonschritte aufgeteilt.

Halbtonschritt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Bezeichnung des Tons	c	cis/ des	d	dis/ es	e	f	fis/ ges	g	gis/ as	a	ais/ b	h

Die mathematische Vorschrift zur Bestimmung der Frequenz f der Töne auf der gesamten Tonleiter der gleichstufigen Stimmung ist eine geometrische Folge und lautet:

$$f_i = f_0 \cdot 2^{\frac{i}{12}}$$

i ... Anzahl der Halbtonschritte ausgehend vom gewählten Ausgangston (Das Vorzeichen von i ist bei Tönen, die höher sind als der Ausgangston, positiv und bei Tönen, die tiefer sind als der Ausgangston, negativ.)

f_0 ... Frequenz eines beliebigen Ausgangstons in Hertz (Hz)

f_i ... Frequenz beim i -ten Halbtonschritt in Hz

- Der gemeinsame Ton, auf den die Instrumente eines Ensembles gestimmt werden, ist das eingestrichene „a“ mit einer Frequenz von 440 Hz („Kammerton“).
 - Berechnen Sie mithilfe obenstehender Tabelle ausgehend vom Kammerton „a“ die Frequenz des tieferen Tons „e“.
- Zeigen Sie anhand der Formel den Zusammenhang zwischen den Frequenzen zweier Töne, die sich genau um 1 Oktave unterscheiden.
- Erstellen Sie eine Formel, mit der man ausgehend von einem beliebigen Ton mit der Frequenz f_n die Frequenz des nächsthöheren Halbtons berechnen kann.
- Der tiefste Ton einer Gitarre ist das tiefe „E“ mit einer Frequenz von 82,41 Hz, der höchste auf einer klassischen Gitarre spielbare Ton hat eine Frequenz von 987,77 Hz.
 - Berechnen Sie, wie viele Halbtonschritte der Tonumfang einer klassischen Gitarre umfasst.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $f_i = f_0 \cdot 2^{\frac{i}{12}}$

Das „e“ ist 5 Halbtonschritte tiefer:

$$f_{-5} = 440 \cdot 2^{\frac{-5}{12}} = 440 \cdot 2^{-0,4167} = 329,627 \dots$$

Die Frequenz des Tons „e“ beträgt ca. 329,63 Hz.

b) Für $i = 12$ (1 ganze Oktave höher) gilt: $f(12) = f_0 \cdot 2^1$.
Für $i = -12$ (1 ganze Oktave tiefer) gilt: $f(-12) = f_0 \cdot 2^{-1}$.

D. h., der um 1 Oktave höhere Ton hat die doppelte Frequenz bzw. der um 1 Oktave tiefere Ton hat die halbe Frequenz.

(Beide Antworten sind als richtig zu werten.)

c) Potenzschreibweise: $f_{n+1} = f_n \cdot 2^{\frac{1}{12}}$
oder Wurzelschreibweise: $f_{n+1} = f_n \cdot \sqrt[12]{2}$

(Anmerkung: In Musikbüchern steht in der Regel die Wurzelschreibweise.)

d) $f_i = f_0 \cdot 2^{\frac{i}{12}}$
 $987,77 = 82,41 \cdot 2^{\frac{i}{12}}$
 $\frac{987,77}{82,41} = 2^{\frac{i}{12}} \quad | \lg \text{ (oder } \ln)$
 $i = 42,99$

Der Tonumfang einer klassischen Gitarre umfasst 43 Halbtonschritte.

(Berechnung auch mit Technologie erlaubt.)

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) mittel
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 1
- c) 1
- d) 2

Themen: Alltag, Musik

Quellen: —