

Saftpackung

Aufgabennummer: B_232

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Eine Saftpackung hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge a und der Füllhöhe h (Abb. 1). Sie enthält 1 Liter Saft.

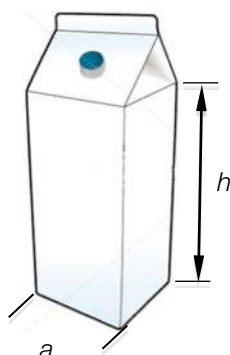


Abb. 1

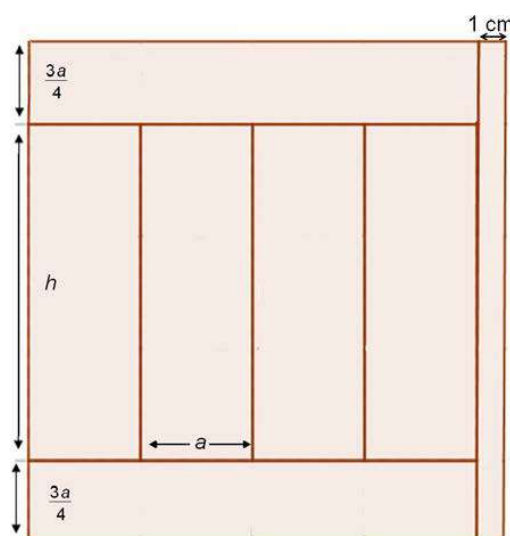


Abb. 2

Die Packung wird aus einem beschichteten Karton in Rechteckform gefertigt (Abb. 2), dessen Fläche sich mit der folgenden Formel berechnen lässt:

$$A = 6a^2 + \frac{3a}{20} + \frac{4}{a} + \frac{1}{10a^2}$$

A ... Flächeninhalt in dm^2

a ... Länge der Seitenkante in dm

- Zeigen Sie die Richtigkeit der angegebenen Formel für A . Verwenden Sie dazu die Angaben aus Abb. 2 und die Formel $V = a^2 \cdot h$ für das Volumen V der eingefüllten Flüssigkeit bei einer Füllmenge von $V = 1$ Liter.
- Die Abb. 3 zeigt die Abhängigkeit der für die 1-Liter-Packung benötigten Kartonfläche A von der Seitenkante a .
 - Interpretieren Sie den Verlauf der Funktion in einer sinnvollen Definitionsmenge.

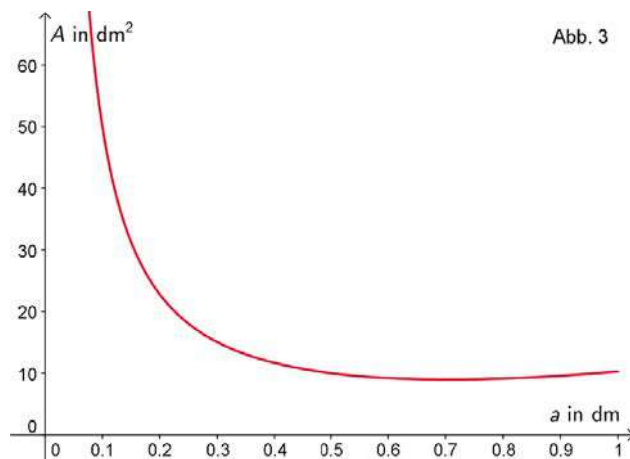


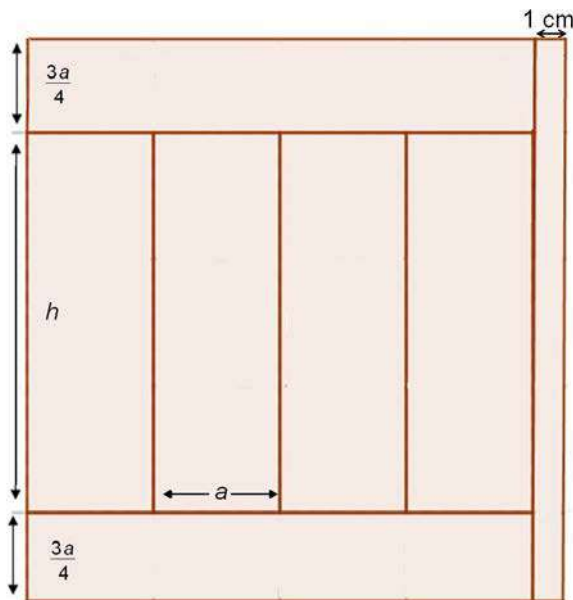
Abb. 3

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a)



Die Fläche des Materials, aus dem die Packung hergestellt wird, setzt sich aus Rechtecken zusammen.

Beachtung von $a^2 \cdot h = 1 \rightarrow h = \frac{1}{a^2}$

$$A = 4a \cdot h + \frac{6a}{4} \cdot 4a + 0,1 \left(\frac{6a}{4} + h \right)$$

Das Ausmultiplizieren und Vereinfachen liefert:

$$A = 6a^2 + 0,15a + \frac{4}{a} + \frac{0,1}{a^2}$$

In Bruchform:

$$A = 6a^2 + \frac{3a}{20} + \frac{4}{a} + \frac{1}{10a^2}$$

- b) Die Funktion A ist für $a = 0$ nicht definiert: Die Seitenkante a der Saftpackung kann nicht null sein. Der Definitionsbereich von A enthält daher reelle Zahlen $a > 0$.

Sehr kleine Werte von a bedeuten, dass die Füllhöhe groß sein muss, die Packung ist hoch und schmal.

Je größer a wird, desto kleiner wird die Füllhöhe der 1-Liter-Packung. Die Packung wird breiter und niedriger. Theoretisch könnte a beliebig groß werden, allerdings strebt h dann gegen null.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) schwer
- b) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 3

Thema: Alltag

Quelle: Daten und Bildidee von <http://www.tetrapak.com/at/>