

Kreditrückzahlung*

Aufgabennummer: B_206

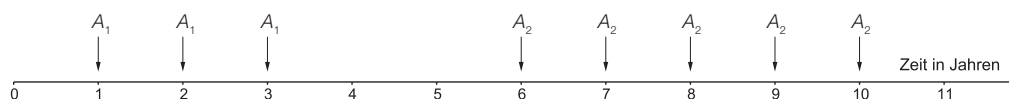
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Für den Kauf eines Grundstücks nimmt Herr Maier einen Kredit auf. Ursprünglich vereinbart er mit seiner Bank, diesen innerhalb von 10 Jahren in Form von gleich hohen, nachschüssigen, jährlichen Annuitäten A_1 zurückzuzahlen. Dieser Plan ändert sich jedoch.

Der tatsächliche Verlauf der vollständigen Rückzahlung von Herrn Maier ist auf der nachstehenden Zeitachse dargestellt.



- a) In den ersten 3 Jahren läuft die Kredittilgung nach dem ursprünglichen Plan. Für das 3. Jahr der Rückzahlung ergeben sich folgende Einträge im Tilgungsplan:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
3	€ 3.703,15	€ 13.881,45	€ 17.584,60	€ 109.556,81

- Berechnen Sie den zugrunde liegenden jährlichen Zinssatz dieser Kredittilgung.
 - Berechnen Sie die ursprüngliche Kredithöhe.
- b) Fassen Sie die tatsächlich erfolgten Zahlungen wie in der oben dargestellten Zeitachse als 2 nachschüssige Renten mit Annuitäten A_1 und A_2 auf.
- Übersetzen Sie den oben dargestellten Zahlungsstrom in einen passenden Text, der den Rückzahlungsverlauf beschreibt.
 - Markieren Sie jeweils die Bezugszeitpunkte für die Barwerte und die Endwerte der beiden Renten in der oben dargestellten Zeitachse.
- c) Nach dem Bezahlen der Annuitäten A_1 verbleibt am Ende des 3. Jahres eine Restschuld.
- Begründen Sie, warum sich die Höhe dieser Restschuld bis zum Ende des 5. Jahres ändert.

- d) Am Ende des 5. Jahres beträgt die verbleibende Schuld € 116.228,82.
Eine weitere Rückzahlungsvariante, die die Laufzeit verlängert hätte, wäre gewesen:
Herr Maier zahlt weiterhin jährlich Annuitäten in Höhe von € 17.584,60.
Die Bank verlangt ab dem 6. Jahr Zinsen in Höhe von 3,5 % p. a.

Die vorletzte Zeile des sich daraus ergebenden Tilgungsplans lautet:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
	€ 969,26	€ 16.615,34	€ 17.584,60	€ 11.077,75

- Bestimmen Sie, in welchem Jahr (vom Zeitpunkt der Aufnahme des Kredits) die Zahlung erfolgt, die in dieser Zeile des Tilgungsplans dargestellt ist.
- Ermitteln Sie die letzte Zeile dieses Tilgungsplans.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Die Höhe der ursprünglichen Schuld kann durch direktes Rückrechnen im Tilgungsplan erfolgen.

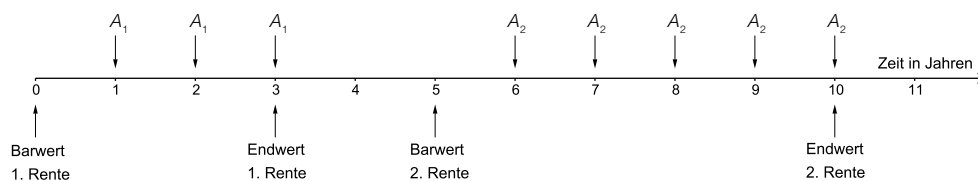
Restschuld des 2. Jahres = € 109.556,81 + € 13.881,45 = € 123.438,26

$$\text{Zinssatz: } i = \frac{3703,15}{123438,26} = 0,030... \approx 3 \%$$

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 150.000,00
1	€ 4.500,00	€ 13.084,60	€ 17.584,60	€ 136.915,40
2	€ 4.107,46	€ 13.477,14	€ 17.584,60	€ 123.438,26
3	€ 3.703,15	€ 13.881,45	€ 17.584,60	€ 109.556,81

Die ursprüngliche Schuld kann auch direkt mithilfe der Rentenrechnung bestimmt werden.

- b) Herr Maier bezahlt 3 Jahre lang nachschüssig Annuitäten in Höhe von A_1 .
Im 4. und 5. Jahr leistet er keine Zahlungen, dafür bezahlt er ab dem 6. Jahr nachschüssig 5 Annuitäten in Höhe von A_2 .



- c) Da im 4. und 5. Jahr keine Rückzahlung erfolgt, erhöht sich die Restschuld des 3. Jahres um die Zinsen des 4. und 5. Jahres.
- d) Die Rückzahlung entspricht in diesem Fall einer nachschüssigen Rente mit Annuitäten in Höhe von € 17.584,60. Der Barwert der Rente beträgt € 116.228,82.

$$116228,82 \cdot 1,035^n - 17584,60 \cdot \frac{1,035^n - 1}{0,035} = 11077,75$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $n \approx 7$

Die angegebene Zeile des Tilgungsplans ist daher jene für das Jahr 12.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
12	€ 969,26	€ 16.615,34	€ 17.584,60	€ 11.077,75
13	€ 387,72	€ 11.077,75	€ 11.465,47	€ 0

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Zinssatzes
1 × B2: für die richtige Berechnung der Anfangsschuld
- b) 1 × A: für das richtige Übersetzen des dargestellten Zahlungsflusses
1 × C1: für das richtige Markieren des Barwerts und des Endwerts der 1. Rente
1 × C2: für das richtige Markieren des Barwerts und des Endwerts der 2. Rente
- c) 1 × D: für eine richtige Begründung
- d) 1 × B1: für die richtige Bestimmung des Jahres
1 × B2: für das richtige Ermitteln der letzten Zeile des Tilgungsplans