

Grönlandwale

Aufgabennummer: B_195

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Grönlandwale sind eine vom Aussterben bedrohte Tierart. Noch existierende Populationen stehen unter strengstem Schutz. Das Wachstum der Populationen wird genau beobachtet.

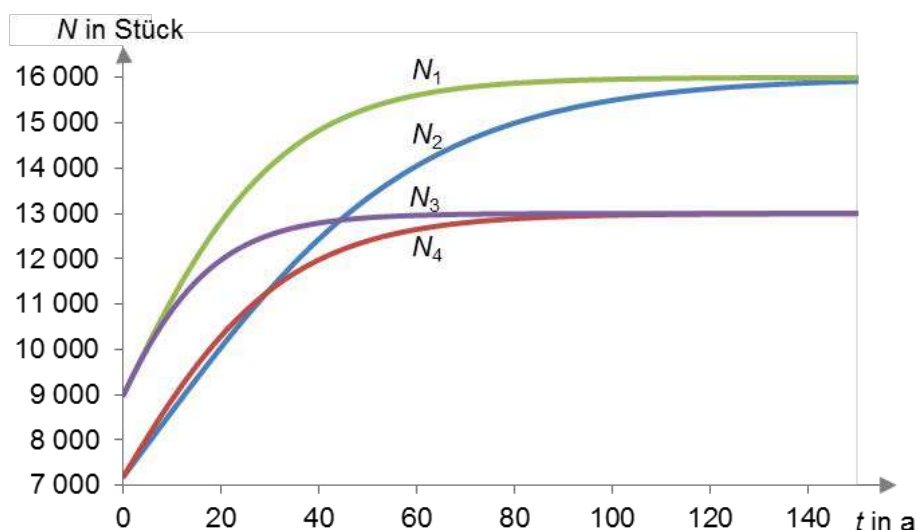
Aus langjährigen Beobachtungen der größten heute lebenden Population kann für deren zukünftiges Wachstum unter gleichbleibenden Umweltbedingungen die folgende Funktion angegeben werden:

$$N(t) = \frac{16\,000}{1 + \frac{11}{9} \cdot e^{-0,0363 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Jahren (a) mit $t = 0$ im Jahr 2007

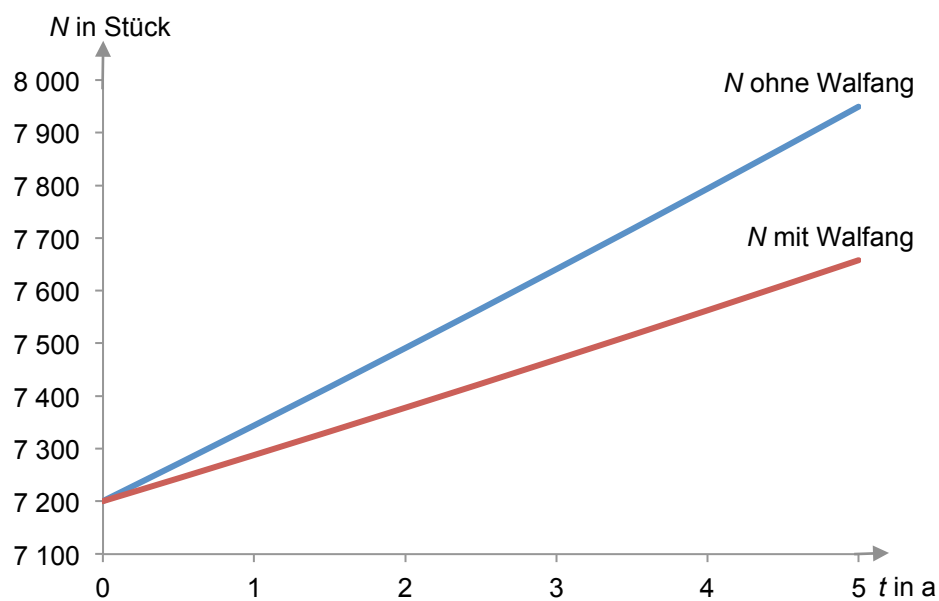
$N(t)$... Anzahl der Wale in Stück nach t Jahren

- a) – Lesen Sie ab, welcher der folgenden Funktionsgraphen zur angegebenen Funktion passt.
– Begründen Sie Ihre Auswahl.



- b) – Stellen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit der Walpopulation in Abhängigkeit von der Zeit t grafisch dar.
– Berechnen Sie, zu welcher Zeit die Walpopulation am stärksten zunimmt.

- c) Trotz Naturschutz gesteht die Internationale Walfangkommission IWC den Inuit (Volksguppe in Grönland) Fangquoten für den Eigenbedarf für bestimmte Grönlandwalbestände zu. So wurde von 2008 bis 2012 der Fang einer genau bestimmten Anzahl an Tieren für die oben beschriebene Walpopulation erlaubt. In der nachstehenden Grafik ist die voraussichtliche Entwicklung der Walpopulation ohne und mit jährlichem Abfischen dargestellt.



- Argumentieren Sie mathematisch, warum sich der Abstand der beiden Exponentialfunktionen mit jedem Jahr vergrößert.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Der Zähler der Formel gibt die maximal erreichbare Anzahl von Walen an. Es kommen also nur die Graphen N_1 und N_2 in Frage, da diese bis zu 16 000 Tiere erlauben.
Die Zahl der Tiere zum Zeitpunkt null kann mithilfe der Konstante $\frac{11}{9}$ bestimmt werden. Diese gibt das Verhältnis von maximal erreichbarem Wert und Anfangswert der logistischen Funktion wieder.

$$\frac{11}{9} = \frac{16\,000}{N_0} - 1$$

$$\frac{20}{9} = \frac{16\,000}{N_0}$$

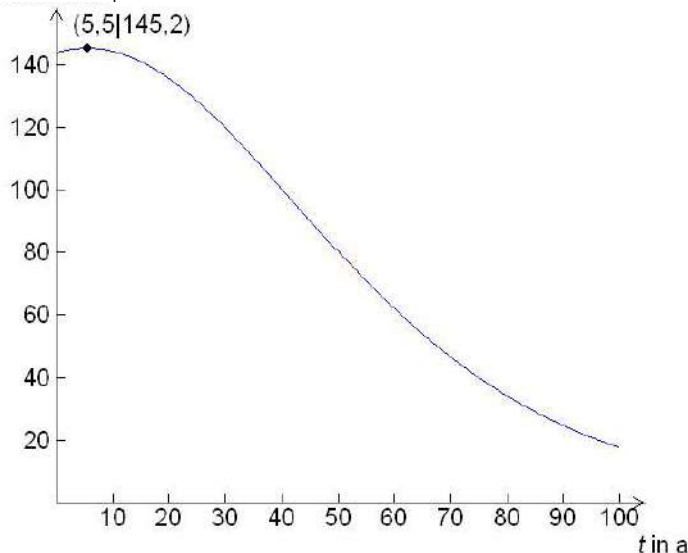
$$N_0 = \frac{16\,000 \cdot 9}{20} = 7\,200$$

Der passende Graph ist daher N_2 .

Auch andere passende Argumentationen bzgl. des Anfangswerts sind als richtig zu werten.

- b) Die Wachstumsgeschwindigkeit der Walpopulation wird durch die 1. Ableitung der Funktion N beschrieben.
 N' wird mithilfe von Technologie berechnet und deren Maximum bestimmt. Es ergibt sich, dass nach ca. 5,5 Jahren die größte Zunahme an Walen erfolgt.

N' in Stück pro Jahr



- c) Der Abstand der Funktionsgraphen wird immer größer, da durch das jährliche Abfischen auch die Basis für den prozentuellen jährlichen Zuwachs verkleinert wird. Bei gleichbleibender prozentueller Zuwachsrage ergibt sich bei einer größeren Ausgangsmenge eine größere Anzahl hinzukommender Wale als bei einer kleineren Ausgangsmenge.

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 1 Zahlen und Maße

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) —
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 2

Thema: Umwelt

Quelle: www.wwf.at/files/downloads/groenlandwal.pdf