

Ansparplan*

Aufgabennummer: B_185

Technologieeinsatz:

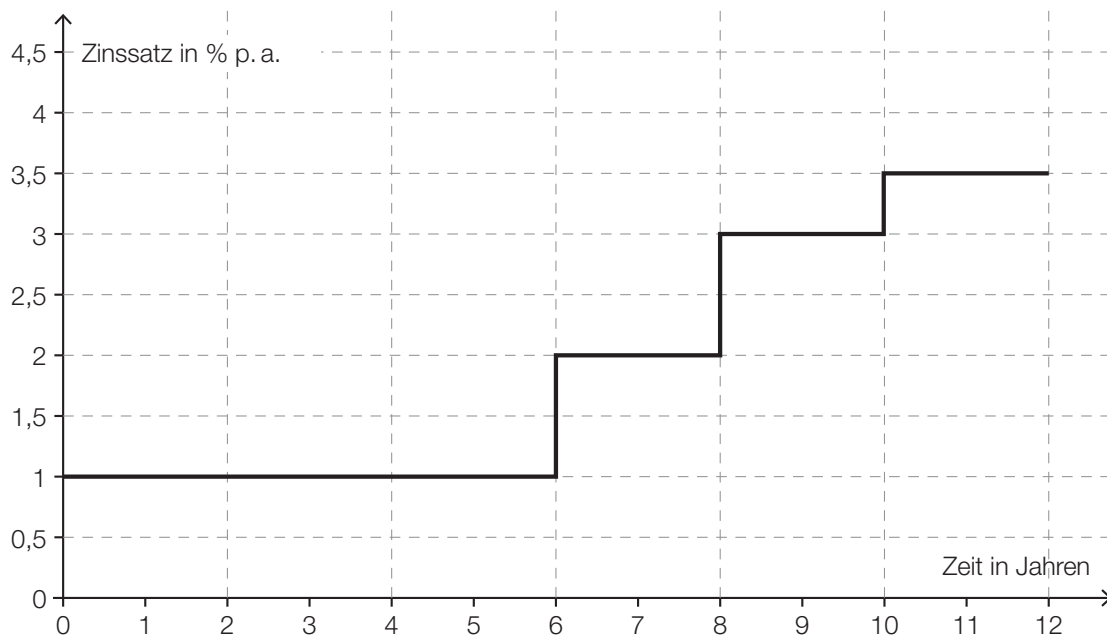
möglich ☐

erforderlich ☒

Monika möchte in den nächsten 12 Jahren € 20.000 ansparen.

Im Folgenden wird die Kapitalertragsteuer nicht berücksichtigt.

- a) Monika betrachtet das Angebot einer Bank für eine Wohnbauanleihe mit einer Laufzeit von 12 Jahren (siehe nachstehende Grafik). Die jährliche Verzinsung steigt dabei im Laufe der Jahre an.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Grafik die Höhe und die Dauer der jährlichen Zinssätze ab.
 - 2) Berechnen Sie den mittleren jährlichen Zinssatz.
 - 3) Berechnen Sie die Höhe desjenigen Betrags, den Monika jetzt anlegen muss, um ihr Sparziel von € 20.000 in 12 Jahren zu erreichen.
- b) Auf einem Sparbuch bietet die Bank für 12 Jahre einen fixen Zinssatz von 2 % p. a. Um ihr Sparziel von € 20.000 in 12 Jahren zu erreichen, könnte Monika sofort € 8.000 einlegen und 2 gleich hohe Einzahlungen Z nach 3 Jahren und nach insgesamt 8 Jahren tätigen.
- 1) Veranschaulichen Sie Monikas Zahlungsplan und das Sparziel auf einer Zeitachse.
 - 2) Berechnen Sie die Höhe der Einzahlung Z .

* ehemalige Klausuraufgabe

- c) Monika überlegt, 12 Jahre lang zu Beginn jedes Jahres einen gleich hohen Betrag einzuzahlen, um ihr Sparziel von € 20.000 in 12 Jahren bei einem fixen Zinssatz von 2 % p. a. zu erreichen.

1) Berechnen Sie die Höhe des jährlichen Einzahlungsbetrags R .

Sie überlegt, nicht zu Beginn jedes Jahres den Jahresbetrag einzuzahlen, sondern zu Beginn jedes Monats $\frac{1}{12}$ des Jahresbetrags.

2) Argumentieren Sie, dass sie ihr Sparziel damit nicht in der vorgesehenen Zeit erreicht.

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Anleihe wird die ersten 6 Jahre zu 1 % p. a., dann 2 Jahre zu 2 % p. a., 2 Jahre zu 3 % p. a. und schließlich 2 Jahre zu 3,5 % p. a. verzinst.

a2) $(1 + i)^{12} = 1,01^6 \cdot 1,02^2 \cdot 1,03^2 \cdot 1,035^2 \Rightarrow i = 0,0191\dots$

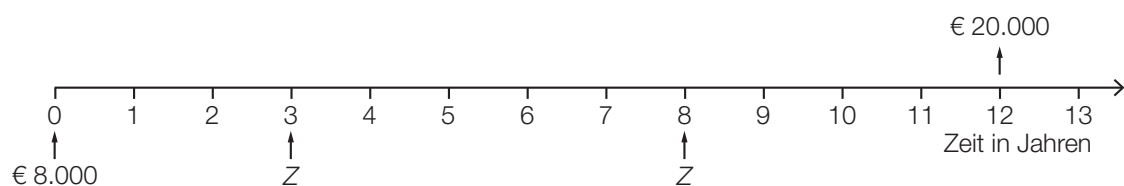
Der mittlere jährliche Zinssatz beträgt rund 1,9 %.

(Eine Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes als gewichtetes arithmetisches Mittel ist als falsch zu werten.)

a3) $\frac{20000}{1,01^6 \cdot 1,02^2 \cdot 1,03^2 \cdot 1,035^2} = 15934,786\dots$

Monika muss € 15.934,79 anlegen, damit sie in 12 Jahren € 20.000 angespart hat.

b1)



b2) $8000 \cdot 1,02^{12} + Z \cdot 1,02^9 + Z \cdot 1,02^4 = 20000 \Rightarrow Z = 4326,655\dots$

Die Höhe einer Einzahlung Z beträgt € 4.326,66.

c1) $20000 = R \cdot \frac{1,02^{12} - 1}{0,02} \cdot 1,02 \Rightarrow R = 1461,952\dots$

Der jährliche Ansparbetrag beträgt € 1.461,95.

c2) Sie wird damit ihr Sparziel nicht erreichen, da die Zahlungen größtenteils später erfolgen und sie somit weniger Zinsen erhält.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × C: für das richtige Ablesen der Zinssätze und der Verzinsungsdauer
- a2) 1 × B1: für die richtige Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes
(Eine Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes als gewichtetes arithmetisches Mittel ist als falsch zu werten.)
- a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe des Betrags

- b1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen auf einer Zeitachse
- b2) 1 × A2: für einen richtigen Ansatz
1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Zahlung Z

- c1) 1 × B: für die richtige Berechnung des jährlichen Ansparbetrags
- c2) 1 × D: für die richtige Argumentation