

Traktoren-Steuerung

Aufgabennummer: B_183

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Großunternehmen hat eine spezielle GPS-unterstützte Steuerung für Traktoren entwickelt und verkauft diese direkt.

- a) Für die Produktion von Ersatzteilen der Steuerung sind die Kostenfunktion K und die Erlösfunktion E bekannt:

$$K(x) = 0,001 \cdot x^3 - 0,03 \cdot x^2 + x + 70\,000$$

$$E(x) = -5 \cdot x^2 + 3000 \cdot x$$

x ... Anzahl produzierter bzw. verkaufter Stück

$K(x)$... Gesamtkosten bei x produzierten Stück in Euro

$E(x)$... Erlös bei x verkauften Stück in Euro

- Berechnen Sie diejenige Anzahl von Ersatzteilen, bei der der maximale Gewinn erzielt wird.
- Erstellen Sie eine Gleichung der Preis-Absatz-Funktion p .
- Beschreiben Sie, wie man unter Verwendung der gegebenen Kosten- und Erlösfunktion den Cournot'schen Punkt ermitteln kann.

Der Cournot'sche Punkt befindet sich bei $(x_c | 1\,610)$.

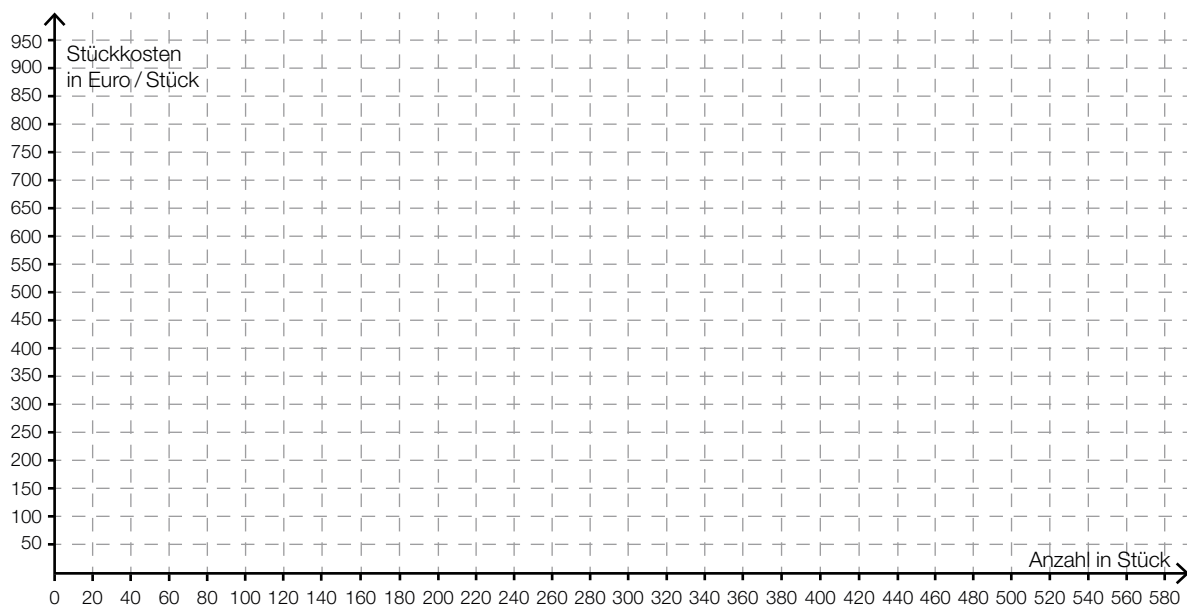
- Interpretieren Sie die Koordinaten des Cournot'schen Punktes im gegebenen Sachzusammenhang.

- b) Für die Produktion von Ersatzteilen der Steuerung werden die Stückkosten durch die folgende Funktion $\bar{K}$ beschrieben:

$$\bar{K}(x) = 0,001 \cdot x^2 - 0,03 \cdot x + 1 + \frac{70000}{x}$$

x ... Anzahl produzierter Stück

$\bar{K}(x)$... Stückkosten bei x produzierten Stück in Euro/Stück



- Zeichnen Sie den Graphen der Stückkostenfunktion in das obige Koordinatensystem ein.
- Markieren Sie in der obigen Abbildung das Betriebsoptimum.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $G(x) = -0,001 \cdot x^3 - 4,97 \cdot x^2 + 2999 \cdot x - 70000$

$$G'(x) = -0,003 \cdot x^2 - 9,94 \cdot x + 2999$$

$$G'(x) = 0 \Rightarrow x = 278,3\dots$$

Das Gewinnmaximum liegt bei 278 Stück.

$$p(x) = -5 \cdot x + 3000$$

Ermittlung der Gewinnfunktion G als Differenz von Erlös- und Kostenfunktion:

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

Berechnung der Maximumstelle x_C von G :

Lösen der Gleichung $G(x_C) = 0$ (wobei $G'(x_C) < 0$ gelten muss)

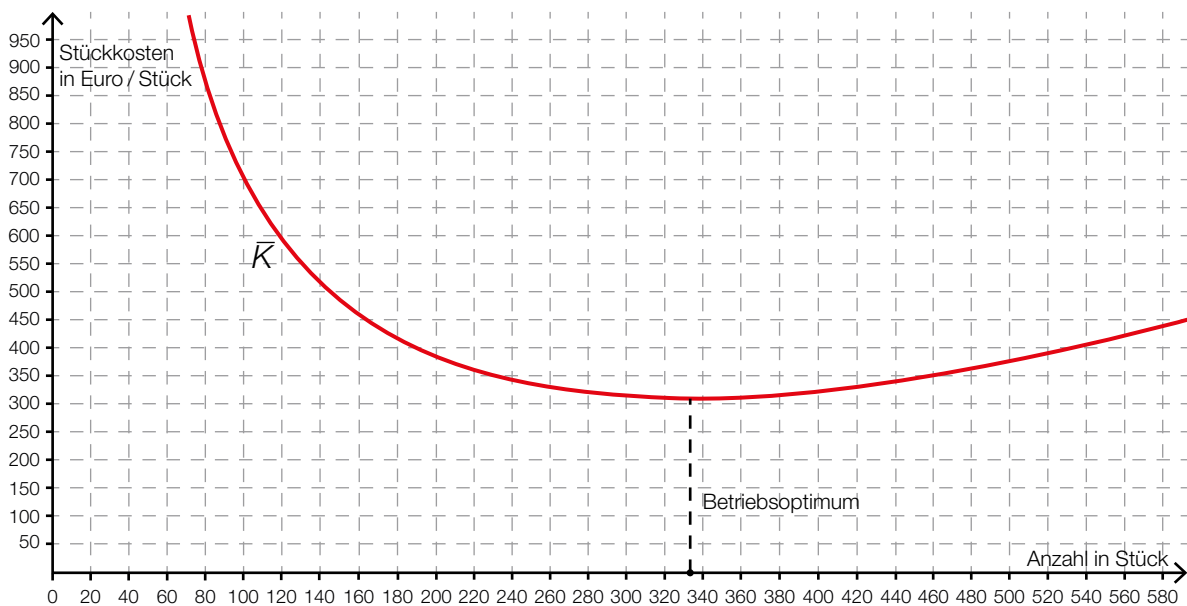
x_C ist die x -Koordinate des Cournot'schen Punktes.

Ermittlung der Preis-Absatz-Funktion p aus der Erlösfunktion: $p(x) = \frac{E(x)}{x}$

Der Funktionswert $p(x_C)$ ist die y -Koordinate des Cournot'schen Punktes.

Der maximale Gewinn wird bei Produktion und Verkauf von x_C Stück zum Preis von € 1.610 pro Stück erzielt.

b)



Toleranzbereich für das Einzeichnen des Betriebsoptimums: [310; 350]

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz, A Modellieren und Transferieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: —